RISK
CONSULTING
GROUP

Risk Consulting Group AG
Bahnhofstrasse 28
CH-8200 Schaffhausen
T +41 44 310 80 00
F +41 44 310 80 04
info@rcg.ch
www.rcg.ch

Credit Analyzer
Release 5.0

Technische Dokumentation des Kreditrisikomodells

Release 1.0:	08/1999
Release 2.0:	10/2001
Release 3.0:	01/2005
Release 4.0:	08/2007
Release 5.0:	10/2023 (erste Version: 04/2012)

Credit Analyzer - Technische Dokumentation, 5. Auflage

Credit Analyzer ist eine Risikomanagement-Methode zur Messung, Steuerung und Kontrolle von Kreditrisiken. Das Modell ersetzt in keiner Weise die praktische Erfahrung und Urteilsfindung im Umgang mit Kreditrisiken.

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung

Credit Analyzer ist eine Softwarelösung zur Messung von Kreditrisiken auf Portfolioebene. In dieser Dokumentation zeigen wir, wie Credit Analyzer die Risiken der einzelnen Transaktionen unter Berücksichtigung von Korrelationseffekten zu einem Credit Value at Risk zusammenführt. Credit Analyzer erlaubt ein integriertes Kreditrisikomanagement, indem das Modell unter anderem Antworten auf folgende Fragen gibt:

- Welches ist der erwartete Verlust meines Portfolios?
- Wie hoch ist der unerwartete Verlust meines Portfolios?
- In welchen Portfoliosegmenten (Branchen/Risikoklassen) weist das Portfolio Risikokonzentrationen auf, die limitiert oder abgesichert werden müssen?
- Wie hoch ist der marginale Beitrag eines neuen Geschäfts zum Portfoliorisiko?
- Welche Geschäfte erfüllen das Rentabilitätsziel (RAROC) der Bank, welche nicht?
- Wie reagiert das Portfolio in Stress-Szenarien?

Die Einführung eines Kreditrisikomodells führt zu einer neuen Risikowahrnehmung, weil die Risiken nicht mehr nur auf Einzelgeschäftsebene, sondern neu auch im Portfoliozusammenhang gesteuert werden können. Die Resultate haben eine entsprechend grosse strategische Bedeutung für das Risikomanagement und die Marktbearbeitung einer Bank.

Das Risikomodell von Credit Analyzer basiert auf einer nachvollziehbaren Verknüpfung von Erkenntnissen der Finanzmarkttheorie, der Statistik und der Mathematik. In dieser Dokumentation zeigen wir schrittweise die Methodologie und Anwendungsmöglichkeiten von Credit Analyzer.

- **Kapitel 1** beleuchtet die ökonomischen und regulatorischen Hintergründe, die zur Beschäftigung mit Kreditrisikomodellen geführt haben und gibt einen Überblick über das in Credit Analyzer implementierte Risikomanagementkonzept.

- **Kapitel 2** beschreibt die mathematisch-statistischen Grundlagen des Risikomodells. Leser, die an diesen mathematischen Details weniger interessiert sind, können das Kapitel ohne spätere Verständnisschwierigkeiten überspringen.

- **Kapitel 3** zeigt, wie die Risiken auf der Transaktionsebene konzeptionell richtig zu quantifizieren sind und wie sich daraus der *erwartete Verlust* auf Portfolioebene berechnen lässt.

- **Kapitel 4** legt dar, wie das Modell die Volatilität der Kreditverluste berechnet und zum *unerwarteten Verlust* gelangt.

- **Kapitel 5** stellt dar, wie Credit Analyzer eine Verlustverteilung generiert, aus der sich der *Credit Value at Risk*, das *Risk Capital* und die absoluten und marginalen Risikobeiträge von Transaktionen oder Portfoliosegmenten ableiten lassen.

- **Kapitel 6** beschreibt, wie sich die Modellresultate in ein aktives Kreditportfoliomanagement umsetzen lassen und erläutert das in Credit Analyzer integrierte RAROC-Pricingtool.

Die theoretischen Ausführungen sind von einem fortlaufenden, realistischen Beispiel begleitet, das die Vorgehensweise des Modells veranschaulicht.

1.1 Paradigmenwechsel im Kreditrisikomanagement

Kreditrisiken sind in den letzten Jahren zur vielleicht wichtigsten Herausforderung für das Risikomanagement geworden. Gleich mehrere Entwicklungen haben dazu geführt, dass sich das Exposure gegenüber Kreditrisiken bei vielen Banken stark verändert hat:

- **Strukturell erhöhte Konkurse.** Konkursstatistiken in vielen Ländern zeigen, dass die *Insolvenzen* in rezessiven Phasen markant zunehmen, im darauffolgenden Aufschwung aber nicht mehr auf das Niveau der vorangegangenen Hochkonjunktur zurückfallen. Ein Grund für diese strukturell höheren Risiken ist im globalisierten Wettbewerb zu sehen.

- **Vermehrte Desintermediation.** Immer mehr mittelgrosse Firmen finden Zugang zum Kapitalmarkt. Schuldner, die noch in traditioneller Weise bei Banken Kredite aufnehmen, werden deshalb tendenziell kleiner und weisen eine geringere Bonität auf.

- **Druck auf die Zinsmargen.** Obwohl die durchschnittliche Schuldnerbonität gesunken ist, sind die Zinsmargen aufgrund eines verschärften Wettbewerbs um gute Kunden in zahlreichen Segmenten ungenügend.

- **Sinkender Wert von Sicherheiten.** Vermehrte Turbulenzen in der Umwelt haben auch grössere Wertschwankungen bei den Realsicherheiten zur Folge, so dass Liquidationserlöse schwieriger abzuschätzen sind. Mit dieser erhöhten Volatilität ist aber auch die klassische Kreditvergabe risikoreicher geworden.

Kreditrisiken wurden bis in die jüngste Vergangenheit fast ausschliesslich auf der Ebene des Einzelgeschäfts gesteuert, wobei verschiedene Banken grosse Anstrengungen unternommen haben, ihre Kreditanalyse und -überwachung zu professionalisieren.

Hohe Verluste aufgrund von Risikokonzentrationen in wirtschaftlich zusammenhängenden Branchen oder Regionen zeigen jedoch immer wieder, dass eine gute Einzelentscheidung nicht unbedingt eine gute Entscheidung aus Portfoliosicht sein muss.[1] Mit der strukturellen Erhöhung der Kreditrisiken ist denn auch das Bedürfnis nach integrierten Risikomanagement-Ansätzen gewachsen, mit denen Risiken nicht nur im Einzelgeschäft, sondern auch im Portfoliozusammenhang gemessen und gesteuert werden können.

Die wichtigsten Triebkräfte für einen quantitativen Kreditportfolio-Ansatz sind dabei:

- Sichtbarmachen von Konzentrationsrisiken
- Aufzeigen von Diversifikationsmöglichkeiten
- Einführung einer risikoorientierten Kapitalallokation
- Implementierung einer risikoadjustierten Performancemessung (RAPM)
- Einführung eines aktiven Kreditportfoliomanagements

Eine optimale Diversifikation bei Kreditrisiken ist wesentlich schwieriger zu erreichen als bei Marktrisiken. Im Gegensatz zu Aktien weisen Kredite z.B. kein Upside-Potenzial auf, so dass es umso wichtiger ist, Kreditrisiken im Portfoliozusammenhang zu steuern.

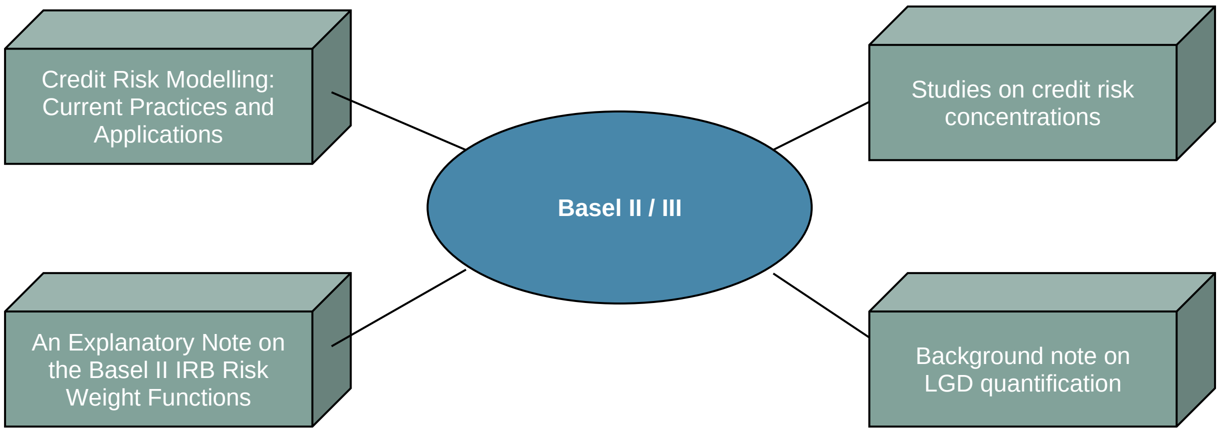
---

[1] Dies bringt auch das *Basler Komitee* deutlich zum Ausdruck: «Concentrations are probably the single most important cause of major credit problems.», in: Principles for the Management of Credit Risk, September 2000, S. 22.

1.2. Wandel im regulatorischen Umfeld

Die grosse Veränderung im wirtschaftlichen Umfeld der Banken und der Umstand, dass Schwierigkeiten im Bankensystem regelmässig auf Kreditrisiken zurückzuführen sind, hat die Tätigkeit der Bankaufsichtsbehörden in jüngster Zeit sehr stark beschäftigt. So hat das Basler Komitee unter anderem die in Abbildung 1.1 aufgeführten fünf Dokumente publiziert, die für Banken und Aufsichtsbehörden im Bereich Kreditrisiko wegleitend und aus Sicht Kreditportfolio bedeutsam sind.

Abb. 1.1 *Wegweisende Publikationen des Basler Komitees*



Die ursprünglichen Eigenmittelvorschriften von Basel I differenzierten zu wenig nach der Qualität der Schuldner und berücksichtigten die Diversifikationsqualität des Kreditportfolios überhaupt nicht. Das Basler Komitee hat deshalb im Juni 2004 (*Basel II*)[2] und im Dezember 2010 (*Basel III*) neue Rahmenvereinbarungen für die Bankenregulierung ausgearbeitet.[3]

Während in einem *Standardverfahren* die heutigen Risikogewichtungsfaktoren zum Teil an externen Ratings ausgerichtet werden, können Institute mit einem hoch entwickelten Risikomanagement die erforderlichen Eigenmittel in einem auf *internen Ratings basierenden Ansatz (IRB)* bestimmen. Die Risikogewichtungsformeln des IRB-Ansatzes sind methodisch aus einem Kreditportfoliomodell abgeleitet, das auf stark vereinfachenden Annahmen basiert. Das Basler Komitee begrüsst deshalb den Einsatz umfassender Kreditportfoliomodelle, da diese das Risikomanagement stark professionalisieren und auf eine ganz andere Ebene hieven.

Die Entwicklung im regulatorischen Umfeld hat für die Banken insgesamt zur Folge, dass die Anforderungen an die Identifizierung, Messung, Steuerung und Überwachung von Kreditrisiken sowohl auf Ebene der Einzelgeschäfte als auch des Portfolios klar zunehmen werden.

[2] *Basler Komitee:* Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen, Juni 2004.

[3] *Basler Komitee:* Basel III: Ein globaler Regulierungsrahmen für widerstandsfähigere Banken und Bankensysteme, Dezember 2010 (rev. Juni 2011).

1.3 Überblick: Konzept der Risikomodellierung in Credit Analyzer

Ein Kreditrisikomodell muss sowohl die Bedürfnisse der Anwender abdecken als auch das Potenzial haben, von den Bankenaufsichtsbehörden und Revisionsfirmen akzeptiert zu werden. Zu diesem Zweck muss es

- die Risiken in einem Kreditportfolio zuverlässig bestimmen und quantifizieren können, damit im Rahmen des Risikomanagements die richtigen Massnahmen eingeleitet werden können
- über eine Methode zur Berechnung des Risikokapitals (ökonomisches Kapital) verfügen, die auch für ein risikoadjustiertes Pricing und weitere strategische Überlegungen eingesetzt werden kann.

Abbildung 1.2 zeigt die wichtigsten Elemente im Ansatz von Credit Analyzer, die in den nachfolgenden Abschnitten skizziert werden.

1.3.1 Risikodefinition

Bei der Modellierung von Kreditrisiken ist vorerst zu definieren, was unter «Risiko» verstanden wird. Während bei *ausfallorientierten Modellen* (Default Mode Models) ausschliesslich Default-Ereignisse als Risiko betrachtet werden, berücksichtigen *wertorientierte Modelle* (Mark-to-market Models) sämtliche Ratingmigrationen in einem Portfolio. Entsprechend sind hauptsächlich zwei Arten von Kreditrisiken zu unterscheiden:

- Credit Default-Risiko (ausfallorientierte Modelle)
- Credit Spread-Risiko (wertorientierte Modelle)

Das *Credit Default-Risiko* ist das Risiko, dass ein Schuldner seinen finanziellen Verpflichtungen nicht mehr nachkommen kann. Dieses Ausfallrisiko ist vor allem für klassische Bankkredite kennzeichnend, für die keine Mark-to-market-Bewertung möglich ist. Für sie besteht kein liquider Sekundärmarkt, so dass die Kredite normalerweise bis zur Rückzahlung zu Buchwerten im Portfolio bleiben.

Als *Credit Spread* wird die vom Markt verlangte Risikoprämie bezeichnet. Credit Spread-Risiken spielen vor allem bei Instrumenten eine Rolle, für die eine Marktbewertung existiert, wie z.B. Portfolios mit Anleihen oder Kreditderivaten. Verlangen die Investoren aufgrund von Up- und Downgradings oder wegen einer veränderten Risikoneigung einen anderen Spread, ergibt sich bei einer Mark-to-market-Bewertung des Instruments ein finanzieller Gewinn oder Verlust.

Wertorientierte Modelle sind dann sinnvoll, wenn das Portfolio Risiken enthält, für die ein liquider Sekundärmarkt besteht, der eine Mark-to-market-Bewertung erst ermöglicht. Diese Voraussetzung ist im klassischen Kreditgeschäft kaum je erfüllt, so dass ausfallorientierte Modelle hier schneller zu Resultaten führen.

Credit Analyzer ist darum als *ausfallorientiertes* Modell konzipiert, in welchem ein Schuldner am Ende des gewählten Analysehorizonts nur zwei Zustände aufweisen kann: Entweder er ist ausgefallen oder er ist *nicht* ausgefallen.

1.3.2 Input-Daten

Aus Abbildung 1.2 geht hervor, dass den *Input-Daten* eine zentrale Rolle zukommt (vgl. auch die Zusammenstellung in *Anhang 1*). Die Qualität der Daten steht dabei in einem direkten Verhältnis zur Qualität der Modellresultate. Die Informationssysteme und das Datawarehouse einer Bank müssen in der Lage sein, auf Transaktionsebene die nachfolgenden Daten bereitzustellen, wobei Credit Analyzer über eine Schnittstelle zu externen Bankenplattformen verfügt:

- Kundennummer
- Transaktionsnummer
- Sektorzugehörigkeit
- Sektorsensitivität bzgl. systematischem Risiko
- Rating mit Ausfallwahrscheinlichkeit
- Exposure
- Deckungskategorie mit Verlustquote
- Volatilität der Verlustquote
- Sensitivität der Verlustquote bezüglich systematischem Risiko
- Matrix der Sektorkorrelationen

Falls die RAROC-Lösung implementiert wird, sind zusätzlich folgende Daten notwendig:

- Aktuelle Zinskonditionen
- Refinanzierungskosten
- Betriebskosten

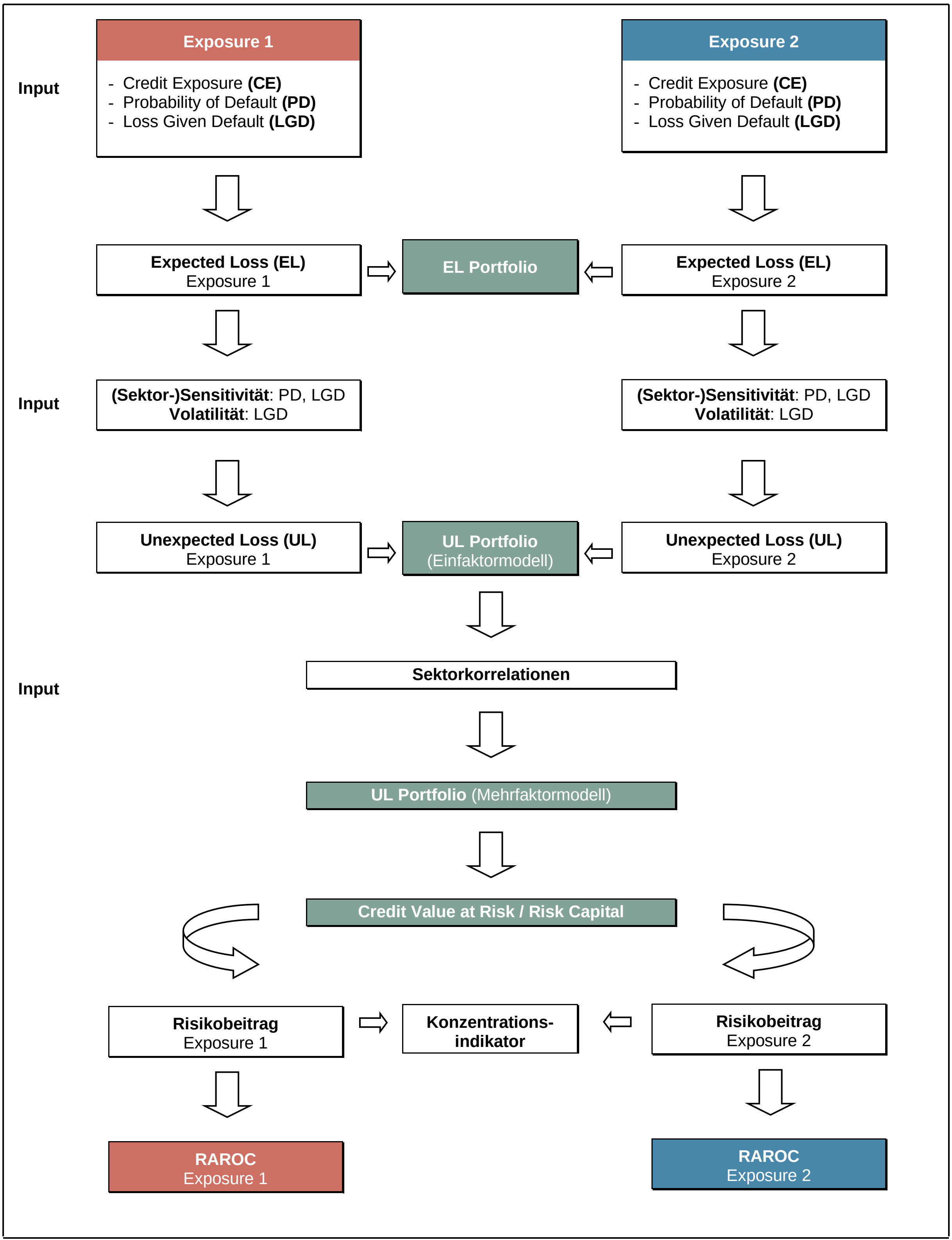
Die Rechenzeiten lassen sich in Credit Analyzer beschleunigen, wenn die Transaktionen homogener Portfoliosegmente nicht einzeln, sondern aggregiert nach Rating, Sektor und Deckungskategorie erfasst werden.

1.3.3 Wahl des Zeithorizonts

Eine wichtige Entscheidung ist der Zeithorizont, über den eine Bank ihre Risiken misst und überwacht. Theoretisch können zwei Ansätze unterschieden werden: Die Bank wählt einen Zeithorizont, welcher der Laufzeit jeder einzelnen Transaktion oder deren Liquidierbarkeit entspricht (*Hold-to-maturity*). Alternativ kann sie für alle Transaktionen einen *konstanten Zeithorizont* anwenden.

Um die Risiken in einem Portfolio vergleichen zu können, müssen sie über denselben Zeithorizont gemessen werden. Credit Analyzer geht deshalb bei allen Transaktionen von einem einheitlichen Zeithorizont aus. Das Modell setzt jedoch keinen *bestimmten* Zeithorizont voraus. In der Praxis wird vielfach ein Einjahres-Horizont gewählt, da dies ein realistischer Zeitraum ist, innerhalb dessen risikomindernde Massnahmen eingeleitet werden können oder neues Eigenkapital zugeführt werden kann. In vielen Banken unterliegen gerade risikoreichere Kredite meist einer jährlichen Neubeurteilung.

Abb. 1.2 *Konzept der Risikomodellierung in Credit Analyzer*



1.3.4 Modellierung des Portfoliorisikos

Zwei wichtige Risikomasse in Credit Analyzer sind der *Expected Loss* und der *Unexpected Loss*, die gemäss Abbildung 1.2 sowohl auf Transaktions- als auch Portfolioebene berechnet werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in der Abbildung davon ausgegangen, dass das Kreditportfolio aus nur zwei Krediten besteht, die je einem spezifischen Wirtschaftssektor angehören. Bei der Messung der Portfolioeffekte ist zu berücksichtigen, dass zwischen den einzelnen Kunden Abhängigkeiten bestehen, da diese in der Regel ähnlichen makroökonomischen Faktoren ausgesetzt sind. Bei der Bestimmung des Portfoliorisikos ist die Integration von *Ausfallkorrelationen* deshalb eine der zentralen Herausforderungen.

Expected Loss

Nach Eingabe der Input-Daten und Modellparameter berechnet Credit Analyzer zunächst den Expected Loss (*EL*) jeder Transaktion. Der Expected Loss ist das Produkt aus drei Komponenten: der Ausfallwahrscheinlichkeit (*Probability of Default*), der Verlustquote (*Loss Given Default*) und dem *Credit Exposure*. Der Expected Loss ist derjenige Verlust, den die Bank über einen ganzen Konjunkturzyklus im Durchschnitt zu verlieren erwartet. Werden die erwarteten Verluste aller Transaktionen summiert, ergibt sich der Expected Loss des ganzen Portfolios.

Unexpected Loss (Einfaktormodell)

Die tatsächlichen Verluste sind jedoch meist starken Schwankungen unterworfen. Diese Volatilität bezeichnen wir als *Unexpected Loss (UL)*. Unerwartete Verluste entstehen, wenn die effektiv eingetretenen Ausfallraten und Verlustquoten höher sind als die erwarteten. Statistisch gesprochen ist der Unexpected Loss die *Standardabweichung* der Kreditverluste. Der Unexpected Loss wird in Credit Analyzer zunächst – unter Vernachlässigung von Sektorkorrelationen – für jedes einzelne Portfoliosegment berechnet. Die Summe dieser segmentspezifischen UL ergibt wie in Abbildung 1.2 den UL eines Portfolios, in dem sämtliche Schuldner nur von *einem* Risikofaktor (z.B. der Konjunktur) abhängig sind. Diesen Ansatz bezeichnen wir in der Folge als *Einfaktormodell*.

Unexpected Loss (Mehrfaktormodell)

Der Unexpected Loss eines nach Sektoren *diversifizierten* Portfolios kann berechnet werden, wenn die *Korrelationen* zwischen den verschiedenen Wirtschaftssektoren berücksichtigt werden. Diese lassen sich aus empirischem Datenmaterial herleiten und enthalten Informationen darüber, wie sich die Ausfälle in den einzelnen Sektoren relativ zueinander entwickeln. Der UL ist umso kleiner, je tiefer die Korrelationen sind bzw. je weniger die Schuldner in ihrem «Schicksal» voneinander abhängen.

Credit Value at Risk / Risk Capital

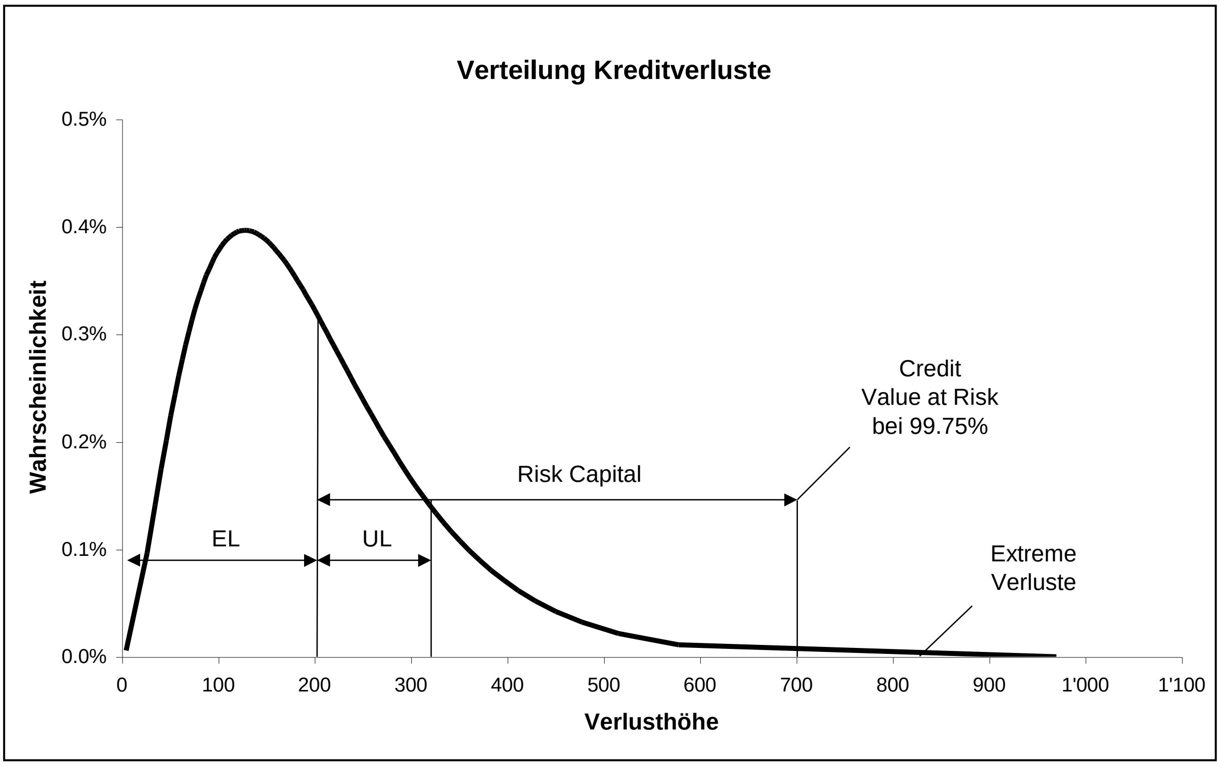
Würden Kreditverluste einer Normalverteilung folgen, wäre die Verlustverteilung mit der Berechnung des EL und UL bereits vollständig definiert. Dies ist allerdings nicht der Fall: Wie Abbildung 1.3 illustriert, weisen Kreditverluste in aller Regel eine rechtsschiefe Verteilung mit einem fetten Ende (fat tail) auf. Die Verlustverteilung kann darum nicht angenommen, sondern muss in der Regel berechnet werden. Credit Analyzer unterscheidet dabei zwischen systematischen (Markt-) Risiken und unsystematischen (schuldnerspezifischen) Risiken.

Im **Einfaktormodell** ergibt sich die Verlustverteilung, indem das systematische Risiko analytisch berechnet und dazu das unsystematische Risiko addiert wird, welches sich mit einer Approximation bestimmen lässt. Dieser Ansatz wird im **Mehrfaktormodell** weiterentwickelt, wobei je nach Portfoliozusammensetzung verschiedene Methoden zur Verfügung stehen, eine Verlustverteilung zu bestimmen, die auch die Sektorkorrelationen integriert (z.B. mit einer Monte Carlo Simulation). Aus der Verlustverteilung kann dann für ein bestimmtes Konfidenzniveau die Verlusthöhe abgelesen werden.

Der maximale Verlust auf einem von der Bank gewählten Konfidenzniveau (z.B. 99.75%) wird als *Credit Value at Risk* bezeichnet. Dieser Verlust hat die Eigenschaft, dass er mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird. In Abbildung 1.3 beträgt die Wahrscheinlichkeit z.B. 99.75%, dass die potenziellen Verluste über den betrachteten Zeithorizont CHF 700 Mio. nicht übersteigen.

Das Risk Capital bezeichnet das ökonomische Kapital das notwendig ist, um die Bank vor sehr hohen Verlusten zu schützen. Abbildung 1.3 zeigt, dass das Risk Capital der Differenz zwischen Credit Value at Risk und Expected Loss entspricht. Der mit CHF 200 Mio. eingezeichnete Expected Loss bildet im Management Accounting häufig die Basis für die Budgetierung der Wertberichtigungen. Das Risk Capital dient dann dazu, unerwartete Verluste aufzufangen und hat somit Eigenkapitalcharakter.

Abb. 1.3 *Rechtsschiefe Verteilung von Kreditverlusten*



Je nach gewähltem Konfidenzniveau verbleibt aber ein Restrisiko *extrem hoher Verluste*, welche die Bank in ihrem Überleben ernsthaft gefährden könnten. In einem solchen Fall müssen die Verluste über die laufende Erfolgsrechnung oder andere Reserven abgedeckt werden können, da die Bank sonst insolvent würde.

Warum ist die Verteilung rechtsschief? Intuitiv lassen sich drei wesentliche Faktoren erkennen:

- Kreditausfälle stellen statistisch gesehen seltene Ereignisse dar. Die durchschnittliche Ausfallwahrscheinlichkeit in einem Portfolio beträgt dabei nur ca. 1 - 2%. Die tatsächlichen Verluste können in Abhängigkeit von makroökonomischen Faktoren aber stark schwanken. Während die Kreditverluste nach unten limitiert sind, können in einem extremen Szenario theoretisch fast alle Kredite ausfallen.
- Neben der Unsicherheit bezüglich der Anzahl der Kreditverluste ist es auch entscheidend, wie hoch der Verlust bei einem effektiven Ausfall ist. Das Risiko steigt, wenn das Portfolio eine *schlechte Diversifikation nach Kreditbeträgen* aufweist und die Verlustquote sehr volatil ist.
- Aus der Portfoliotheorie ist bekannt, dass das Risiko eines Portfolios umso grösser ist, je stärker die Schuldner in ähnlicher Weise auf Umwelteinflüsse reagieren, d.h. je höher die Korrelationen sind. Im Extremfall eines Portfolios mit zwei Krediten, die vollständig korreliert sind, gibt es nur zwei Verlustszenarien: Entweder fällt kein Kredit aus oder beide Kredite fallen zusammen aus. *Hohe Korrelationen* bewirken eine starke Volatilität der Verluste und führen dazu, dass die Kurve der Verlustverteilung nach rechts nur sehr langsam abfällt. Damit verbleibt bei ungenügender Diversifikation eine relativ hohe Wahrscheinlichkeit extremer Verluste.

Risikobeiträge / RAROC

Das Portfoliomanagement muss wissen, welche Branchen und Risikoklassen wie viel Risikokapital «verursachen». Die Kenntnis des in einzelnen Portfoliosegmenten oder Transaktionen gebundenen Risikokapitals ermöglicht es, deren risikoadjustierte Performance zu messen. In Credit Analyzer ist dazu das RAROC-Konzept (Risk-adjusted Return on Capital) implementiert, das den risikobereinigten Ertrag einer Transaktion ins Verhältnis zu ihrem ökonomischen Risikobeitrag setzt. Die Aufschlüsselung nach Risikobeiträgen ist aber auch entscheidend, um Risikokonzentrationen nach Portfoliosegmenten erkennen und wirkungsvolle Massnahmen einleiten zu können.

Vielfach interessiert auch nur, ob ein neuer Kredit die Diversifikationsqualität des Portfolios verbessert oder verschlechtert. Diese Information liefert Credit Analyzer mit der Berechnung eines *Konzentrationsindikators*.

2. Mathematischer Modellansatz

In diesem Kapitel beschreiben wir die formalen mathematischen Grundlagen von Credit Analyzer. Leser, die an diesen mathematischen Details nicht interessiert sind, können direkt zu Kapitel 3 übergehen.[4]

2.1 Modellierungskonzept

Credit Analyzer geht davon aus, dass der Wert A_i der Aktiva eines Schuldners *i* von einem *systematischen Risikofaktor* und einer schuldnerspezifischen Komponente *(unsystematisches Risiko)* abhängt:

$$A_i = \sqrt{r_i} X + \sqrt{1-r_i} \cdot Z_i \tag{2.1}$$

$$X \to N(0,1) \qquad Z_i \to N(0,1),\ \forall i \qquad \operatorname{cov}(X, Z_i) = 0,\ \forall i \qquad \operatorname{cov}(Z_i, Z_j) = 0,\ i \neq j$$

Das systematische Risiko X und das unsystematische Risiko Z_i sind standardnormalverteilte, voneinander unabhängige Zufallsvariablen. Dabei ist N die Funktion einer kumulativen Standardnormalverteilung und r_i repräsentiert die Korrelation des Schuldners mit dem systematischen Risiko.

Für jeden Schuldner definieren wir eine binäre Zufallsvariable D_i. Dieser Ausfallindikator nimmt mit einer Wahrscheinlichkeit von *PD* den Wert 1 und mit einer Wahrscheinlichkeit von *(1-PD)* den Wert 0 an. *PD* (Probability of Default) ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schuldner ausfällt, *(1-PD)* die Wahrscheinlichkeit, dass er nicht ausfällt.

Ein Schuldner fällt aus, falls seine Aktiva A_i unter einen bestimmten Schwellenwert S_i fallen, der von der Ausfallwahrscheinlichkeit PD_i des Schuldners abhängt:

$$A_i < S_i = N^{-1}(PD_i) \tag{2.2}$$

$N^{-1}()$ ist die inverse Funktion einer kumulativen Standardnormalverteilung, womit

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{falls } A_i < N^{-1}(PD_i) \\ 0 & \text{falls } A_i \geq N^{-1}(PD_i) \end{cases} \tag{2.3}$$

Gegeben ein bestimmtes Wirtschaftsszenario X kann nun für jeden Schuldner die *bedingte* Ausfallwahrscheinlichkeit berechnet werden[5]:

$$PD_i(X) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{r_i} X}{\sqrt{1-r_i}}\right) \tag{2.4}$$

---

[4] Ein Vergleich unseres Ansatzes mit alternativen Modellen findet sich in: *Han, Chulwoo*: Comparative Analysis of Credit Risk Models for Loan Portfolios, April 21, 2014.

[5] Siehe für die Herleitung z.B. *Vasicek, Oldrich*: Loan portfolio value, in: Risk, December 2002, S. 160ff, oder *Finger, Christopher*: Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions, in: CreditMetrics Monitor, April 1999.

wobei die Quadratwurzel von r_i als Sensitivität der Aktiva des Schuldners *i* mit dem systematischen Risikofaktor *X* zu interpretieren ist, die im Intervall [0, 1] liegt.

Falls Schuldner *i* ausfällt, verliert die Bank einen bestimmten Anteil des *Credit Exposures CE*. Dieser Anteil wird im Folgenden als potenzielle Verlustquote oder *Potential Loss Given Default (PLGD)* bezeichnet. *PLGD* wird als normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert *LGD* und Standardabweichung σ_{LGD} modelliert. Dabei geht Credit Analyzer davon aus, dass nicht nur die Aktiva des Schuldners, sondern auch die Verlustquote *PLGD* vom systematischen Risiko abhängen können:

$$PLGD_i = LGD_i + \sigma_{LGD} C_i \tag{2.5}$$

mit

$$C_i = b_i X + \sqrt{1 - b_i^2}\, Y_i \tag{2.6}$$

$$X \to N(0,1) \qquad Y_i \to N(0,1),\ \forall i \qquad \operatorname{cov}(X, Y_i) = 0,\ \forall i \qquad \operatorname{cov}(Y_i, Y_j) = 0,\ i \neq j$$

wobei b_i die Sensitivität der Verlustquote *PLGD* des Schuldners *i* bezüglich dem systematischen Risikofaktor *X* ist und die standardnormalverteilte Variable Y_i das deckungsspezifische (unsystematische) Risiko abbildet.

In einem bestimmten Wirtschaftsszenario *X* ergibt sich der Erwartungswert der bedingten Verlustquote *PLGD* dann mit

$$E\left[PLGD_i \middle| X\right] = LGD_i + b_i \sigma_{LGD_i} X \tag{2.7}$$

PLGD ist der herkömmlichen Verlustquote *LGD* sehr ähnlich. Falls die Sensitivität b = 0 ist, entspricht der Erwartungswert von PLGD in jedem Szenario LGD. Der Unterschied zwischen LGD und PLGD ist, dass bei b > 0 der *erwartete* Wert von PLGD in einem wirtschaftlich schwachen Jahr über LGD liegt und umgekehrt.

Aus (2.3) und (2.5) ergibt sich der Verlust *L* eines Portfolios mit *n* Schuldnern mit

$$L = \sum_{i=1}^{n} CE_i \cdot PLGD_i \cdot D_i = \sum_{i=1}^{n} CE_i \cdot \left[LGD_i + \sigma_{LGD} C_i\right] \cdot D_i \tag{2.8}$$

In der Grenzwertbetrachtung eines sehr grossen, homogenen Portfolios ist das unsystematische Risiko wegdiversifiziert und kein Exposure macht mehr einen signifikanten Anteil aus. In diesem Fall ist das systematische Risiko die einzige verbleibende Unsicherheitsquelle. Gordy[6] weist nach, dass der Verlust L^∞ eines Portfolios mit unendlich vielen Krediten dann genau dem erwarteten Verlust gegeben die Realisierung eines bestimmten Wirtschaftsszenarios ist. Analytisch lässt sich dieser Verlust wie folgt berechnen:

$$E\left[L^\infty \middle| X\right] = \sum_{i=1}^{n} CE_i \cdot E\left[PLGD_i \middle| X\right] \cdot PD_i(X) \tag{2.9a}$$

wobei für $E[PLGD_i | X]$ und für $PD_i(X)$ Formel (2.7) bzw. (2.4) einzusetzen ist.

---

[6] *Gordy, Michael:* A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules, Federal Reserve System, October 2002.

Gleichung (2.9a) beschreibt ein **Einfaktormodell**, in welchem die Qualität der Schuldner und die Verlustquoten von einem *einzigen* Risikofaktor abhängen. Die Erweiterung zu einem **Mehrfaktormodell** ergibt sich, indem jeder Schuldner *i* einem Wirtschaftssektor *u* zugeteilt wird und seine Ausfallwahrscheinlichkeit PD und Verlustquote PLGD vom jeweiligen sektorspezifischen Risikofaktor x_u abhängig gemacht wird[7]:

$$E\left[L^{\infty}\middle|\vec{X}\right]=\sum_{u}\sum_{i\in u}CE_i\cdot E\left[PLGD_i\middle|X=x_u\right]\cdot PD_i\left(x_u\right) \tag{2.9b}$$

Dabei bezeichnet der Vektor $\vec{X}$ die korrelierten Realisationen der normalverteilten sektorspezifischen Wirtschaftsszenarien x_u.

Im Gegensatz zum Einfaktormodell kann der systematische Portfolioverlust des Mehrfaktormodells aber nicht mehr analytisch bestimmt werden. Credit Analyzer integriert die Korrelationsstruktur zwischen den Sektoren, indem für jeden Sektor ein separates Szenario X_u simuliert wird. Gleichungen (2.4) und (2.7) werden dann konsequenterweise für jeden Schuldner mit seinem sektorspezifischen Szenario x_u gerechnet.

2.2 Momente der Verlustverteilung

2.2.1 Expected Loss

Setzen wir in Gleichung (2.8) die Erwartungswerte ein, erhalten wir den erwarteten Verlust EL_P des Portfolios mit

$$E\left[L\right]=EL_P=\sum_{i=1}^{n}CE_i\cdot E\left[PLGD_i\right]\cdot PD_i \tag{2.10}$$

Da Schuldner und Verlustquote bzw. A_i und $PLGD_i$ aufgrund ihrer gemeinsamen Abhängigkeit vom systematischen Risiko die Korrelation $\sqrt{r_i}\cdot b_i$ aufweisen, beinhaltet $E[PLGD_i]$ einen Kovarianzterm[8]:

$$E\left[PLGD_i\right]=LGD_i+\frac{COV\left(D_i;PLGD_i\right)}{PD_i}=LGD_i+\frac{\sigma_{LGD_i}\cdot\sqrt{r_i}\cdot b_i\cdot n\left(S_i\right)}{PD_i} \tag{2.11}$$

n() ist die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung und S_i der Schwellenwert aus (2.2), der den Ausfall eines Schuldners auslöst. Zur Vereinfachung für die späteren Kapitel notieren wir im Folgenden

$$E\left[PLGD\right]=L\tilde{G}D$$

[7] Diese Idee der Erweiterung des Einfaktor- zu einem Mehrfaktormodell stammt von *Finger, Christopher:* The One-Factor CreditMetrics Model In The New Basel Capital Accord, in: RiskMetrics Journal, Spring 2001, S. 16f.

[8] Siehe die detaillierte Herleitung von *Pykhtin, Michael / Dev, Ashish:* Analytical approach to credit risk modelling, in: Risk, March 2002.

Setzen wir den Term von (2.11) in (2.10) ein, erhalten wir den Expected Loss mit

$$E[L] = EL_P = \sum_{i=1}^{n} CE_i \cdot L\widetilde{G}D \cdot PD_i \qquad \textbf{(2.12a)}$$

Im Falle von *b = 0* vereinfacht sich (2.12a) zur bekannten Formel

$$E[L] = EL_P = \sum_{i=1}^{n} CE_i \cdot LGD_i \cdot PD_i \qquad \textbf{(2.12b)}$$

2.2.2 Unexpected Loss

Aus der detaillierten Herleitung in Anhang 2 ergibt sich der Unexpected Loss einer einzelnen *Transaktion* mit

$$UL_i = CE_i \cdot \sqrt{PD_i \cdot (1 - PD_i) \cdot L\widetilde{G}D_i^2 + PD_i \cdot \sigma_{LGD}^2} \qquad \textbf{(2.13)}$$

UL_i lässt sich in eine systematische und eine unsystematische Komponente zerlegen. UL_{syst} kann bestimmt werden, wenn wir mit Gleichung (2.9b) den systematischen Verlust L^∞ für alle konjunkturellen Szenarien *X* berechnen und für die resultierende Verlustverteilung die Standardabweichung *Stabw* bestimmen:

$$UL_{i_{syst}} = Stabw\left(\int_{-\infty}^{\infty} CE_i \cdot E\left[PLGD_i \middle| X = x_u\right] \cdot PD_i(x_u)\, dx_u\right) \qquad \textbf{(2.14)}$$

Das systematische und schuldnerspezifische Risiko sind definitionsgemäss voneinander unabhängig. Die unsystematische Komponente UL_{unsyst} ergibt sich dann aus der Beziehung

$$UL_i^2 = UL_{i_{syst}}^2 + UL_{i_{unsyst}}^2 \qquad \textbf{(2.15)}$$

so dass

$$UL_{i_{unsyst}} = \sqrt{UL_i^2 - UL_{i_{syst}}^2} \qquad \textbf{(2.16)}$$

Da die unsystematischen Risiken voneinander unabhängig sind, ergibt sich das unsystematische Risiko des Portfolios *P* mit

$$UL_{P_{unsyst}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} UL_{i_{unsyst}}^2} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Im **Einfaktormodell** ist die Korrelation zwischen allen Sektoren gleich 1, so dass das systematische Risiko des Portfolios der Addition der systematischen UL-Komponenten aller Schuldner *i* entspricht:

$$UL_{P_{syst}} = \sum_{i=1}^{n} UL_{i_{syst}} \qquad \textbf{(2.18)}$$

Der gesamte Unexpected Loss auf Portfolioebene ist dann:

$$UL_{P_{One-Factor}} = \sqrt{UL^2_{P_{syst}} + UL^2_{P_{unsyst}}} \tag{2.19}$$

bzw. nach Einsetzen von (2.17) und (2.18)

$$UL_{P_{One-Factor}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} UL_{i_{syst}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} UL^2_{i_{unsyst}}} \tag{2.20}$$

Bei der Berechnung des Portfolio-UL im Mehrfaktormodell sind zusätzlich die Korrelationen zwischen den systematischen UL-Komponenten zweier Sektoren u und v zu berücksichtigen:

$$UL_{P_{Multi-Factor}} = \sqrt{\sum_{u} \sum_{v} UL_{u_{syst}} \cdot UL_{v_{syst}} \cdot \rho_{uv} + \sum_{i=1}^{n} UL^2_{i_{unsyst}}} \tag{2.21}$$

wobei ρ_{uv} der Sektorkorrelation zwischen den Portfoliosegmenten u und v entspricht, i die Anzahl Transaktionen ist und die systematische UL-Komponente eines Sektors sich aus (2.18) ergibt.

2.3 Berechnung der Verlustverteilung

Grundsätzlich basieren alle Risikomasse eines Portfolios auf der Verteilung der Verlustvariablen L, wie sie in Gleichung (2.8) eingeführt wird. Während sich der *EL* und *UL* eines Portfolios noch analytisch bestimmen lässt, muss zur Herleitung des Credit Value at Risk, des Risk Capital oder des Expected Shortfall die Häufigkeitsverteilung der Verluste bekannt sein.

In Credit Analyzer stehen drei Möglichkeiten zur Verfügung, die Verlustverteilung zu berechnen, wobei diese jeweils unterschiedliche Trade-offs bezüglich Genauigkeit und Rechengeschwindigkeit aufweisen: 1. die Monte Carlo Simulation von Verlusten, 2. ein semi-analytischer Ansatz, der das systematische Risiko simuliert und das unsystematische Risiko mit einer analytischen Formel approximiert sowie 3. parametrische Ansätze, bei denen die Verlustverteilung aus dem EL und UL bestimmt wird.

2.3.1 Monte Carlo Simulation der Verluste

Gegeben eine Realisierung des systematischen Risikofaktors X sind die Ausfälle voneinander unabhängig. Dies bedeutet, dass die bedingt unabhängigen Ausfälle einer Binomialverteilung B folgen. Der Ausfallindikator D ist nun eine Bernoulli-Variable

$$D \rightarrow B(PD|X,n) \tag{2.22}$$

In Credit Analyzer lassen sich nicht nur die *Transaktionen* einzelner Schuldner, sondern auch homogene, *diversifizierte Portfoliosegmente* erfassen. Ein Subportfolio wird als «diversifiziert» bezeichnet, wenn dessen unsystematisches Risiko nicht mehr signifikant von einzelnen Transaktionen abhängt. In diesem Fall lässt sich das unsystematische Risiko wie in Abschnitt 2.3.1.2 gezeigt «verdurchschnittlichen».

2.3.1.1 Verlustsimulation auf Ebene Transaktion

Die Verlustszenarien auf Ebene der einzelnen Transaktionen werden wie folgt simuliert:

a) Simulation eines Szenarios für den systematischen Risikofaktors *X* im jeweiligen Sektor

b) Berechnung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit *PD(X),* gegeben die Realisierung von *X*
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.4)*

c) Gegeben *PD(X)* ist der Ausfall *D* eines Schuldners bedingt unabhängig und das Ausfallszenario kann mit der Ziehung einer binomialverteilen Zufallszahl simuliert werden, wobei in (2.22) für einen einzelnen Schuldner $n = 1$ zu setzen ist
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.22)*

d) Falls der Schuldner in diesem Szenario ausfällt ($D = 1$), Simulation des *PLGD* und damit des betragsmässigen Verlusts in diesem Szenario
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.5), (2.8)*

2.3.1.2 Verlustsimulation auf Ebene diversifizierter Portfoliosegmente

Reale Kreditportfolios beinhalten oft eines oder mehrere Retailsegmente, die viele Exposures mit einer relativen homogenen Exposurehöhe beinhalten (z.B. Hypotheken, Kreditkarten etc.). Für ein nach Ratingkategorie, Sektorzugehörigkeit und Loss Given Default homogenes Subportfolio wird ein einzelnes Verlustszenario dann wie folgt simuliert:

a) Simulation eines Szenarios für den systematischen Risikofaktors *X* im jeweiligen Sektor

b) Berechnung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit *PD(X),* gegeben die Realisierung von *X*
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.4)*

c) Gegeben *PD(X)*, Simulation der Anzahl Ausfälle *D* eines Portfoliosegments mit *n* Schuldnern
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.24)*

d) Für *D* ausgefallene Schuldner, Simulation des *PLGD* und damit des betragsmässigen Verlusts unter der Annahme, dass alle Transaktionen des diversifizierten Portfolios das gleiche, durchschnittliche Exposure aufweisen
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.5), (2.8)*

Innerhalb eines homogenen Subportfolios gehen wir also davon aus, dass es aufgrund der Streuung nach Kreditbeträgen unerheblich ist, welche Exposures in einem Verlustszenario effektiv ausfallen. Das unsystematische Risiko wird mit dieser Methode jedoch nicht wegdefiniert.

Mit diesem Ansatz lässt sich der Credit VaR auch für sehr grosse Portfolios mit einer hohen Rechengeschwindigkeit und Genauigkeit bestimmen. Diese entspricht einem Bruchteil der Zeit, die aufzuwenden wäre, wenn ein Verlust für jede Transaktion innerhalb des Portfoliosegments simuliert werden müsste. Gleichzeitig gelingt es damit, das Verlustrisiko komplexer, aus Wholesale- und Retailsegmenten bestehender Portfolios in einem einheitlichen Simulationsansatz abzubilden.

2.3.2 Simulation systematischer Risiken plus Granularitätsadjustierung

Der mit (2.9) berechnete Portfolioverlust unterschätzt in aller Regel den «wahren» Verlust, da er nur das systematische Risiko abbildet. In der Realität beinhalten Kreditportfolios immer ein bestimmtes unsystematisches Risiko, da dieses selbst bei einer guten Streuung nach Kreditbeträgen meistens nicht vollständig wegdiversifiziert ist. Die Differenz zwischen dem «wahren» und dem mit (2.9) berechneten Verlust in einem bestimmten Szenario wird als Granularitätsadjustierung *GA* bezeichnet:

$$E\left[L\middle|\vec{X}\right] = E\left[L^{\infty}\middle|\vec{X}\right] + GA \tag{2.23}$$

Zur Vereinfachung für die späteren Kapitel bezeichnen wir im Folgenden $E\left[L\middle|\vec{X}\right]$ als *Credit VaR* und seine systematische Komponente $E\left[L^{\infty}\middle|\vec{X}\right]$ als *Credit VaR$_{syst}$*, so dass

$$CreditVaR = CreditVaR_{syst} + GA \tag{2.24}$$

Der semi-analytischen Ansatz berechnet das systematische Risiko nun mit einer Monte Carlo Simulation und approximiert das unsystematische Risiko mit einer analytischen Formel.

Das *systematische Risiko* wird dabei wie folgt simuliert:

a) Simulation korrelierter Szenarien für die systematischen Risikofaktoren *X* in den einzelnen Sektoren. Die Simulation ist nur im Mehrfaktoransatz notwendig, um die Korrelationsstruktur zwischen den Sektoren korrekt zu integrieren. Im Einfaktormodell ist keine Simulation notwendig, da der Perzentilwert des gesuchten (einzigen) Makrofaktors direkt in die analytische Formel (2.4) eingegeben werden kann.

b) Gegeben eine Realisierung des Vektors von *X*, Berechnung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit *PD(X)* und des Erwartungswertes der bedingten Verlustquote *E[PLGD│X)* für alle Transaktionen
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.4) und (2.7)*

c) Berechnung des systematischen Risikos, indem jedes Exposure mit den Erwartungswerten der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit und Verlustquote multipliziert wird.
$\Rightarrow$ *Gleichung (2.9a) bzw. (2.9b)*

Für die Berechnung der *Granularitätsadjustierung* bzw. des unsystematischen Risikos existiert noch keine exakte analytische Formel wie z.B. im Einfaktorfall für das systematische Risiko. Es stehen jedoch verschiedene sehr gute Approximationsverfahren zur Verfügung, die in *Anhang 7* diskutiert werden.

Credit Analyzer approximiert *GA* in Gleichung (2.24) mit folgender Formel:

$$GA = CreditVaR_{P_{syst}} \times \left(\left(\frac{UL_P^2}{UL_{P_{syst}}^2} \right)^{1/2} - 1 \right) \tag{2.25}$$

Der Unexpected Loss UL_P des Portfolios ist die Standardabweichung der Verlustverteilung *L*. UL_{Psyst} ist die Standardabweichung von L^{∞} und quantifiziert den Beitrag des systematischen Risikos zum gesamten Unexpected Loss.

Die Berechnung der Granularitätsadjustierung mit (2.25) hat den Vorteil, dass sie auch bei komplexeren Portfolios und im Mehrfaktorfall anwendbar ist. Allerdings wird das unsystematische Risiko mit (2.25) generell überschätzt. Modellrechnungen zeigen aber, dass man bei realen Portfolios zu sehr guten Ergebnissen gelangt, wenn *GA* wie in Credit Analyzer mit 0.8 skaliert wird. Dieser Ansatz eignet sich insgesamt aber ohnehin nur für Portfolios, die eine geringe Exposure-Konzentration aufweisen.

2.3.3 Parametrische Ansätze

Als Alternative zu Simulationsansätzen können Verlustperzentile analytisch bestimmt werden, indem EL_P und UL_P als Momente einer bestimmten Verlustverteilung angenommen werden. Es bieten sich hier insbesondere Verteilungen wie Beta, Gamma oder Lognormal an, die eine schiefe Charakteristik annehmen können.

Die Annahme einer bestimmten Verlustverteilung ist sehr arbiträr und insbesondere bei heterogenen Portfolios mit einem beträchtlichen Modellrisiko verbunden. Der Einsatz parametrischer Ansätze kommt deshalb höchstens bei homogenen Portfolios in Frage, die keine Exposure-Konzentrationen aufweisen (z.B. Retailkredite, Kreditkartenportfolios, Autokredite). In aller Regel erhält man aber auch bei solchen Portfolios eine höhere Rechengenauigkeit ohne übermässigen Zeitaufwand, wenn eines der Simulationsverfahren in Abschnitt 2.3.1 oder 2.3.2 angewendet wird.

2.3.3.1 Beta-Verteilung

Die Beta-Verteilung liefert im Intervall [0,1] eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. sie deckt ein Intervall ab von keinem (0) bis zu einem maximalen Verlust (1). Die Dichtefunktion ist gegeben mit

$$P(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}(1-x)^{\beta-1}x^{\alpha-1} & \textit{falls } 0 \le x < 1 \\ 0 & \textit{falls } x < 0 \end{cases} \tag{2.26}$$

wobei x die Verlusthöhe, $\alpha > 0$ und $\beta > 0$ zwei freie Parameter und $\Gamma()$ die Gammafunktion sind. Die beiden Parameter α und β sind Lageparameter, welche die Steilheit des Buckels und die Dicke des langen Endes der Verteilung bestimmen. Die Lageparameter werden aus dem EL und UL berechnet. Die Betaverteilung ist aufgrund dieser funktionalen Form extrem flexibel. Sie ist symmetrisch, falls $\alpha = \beta$, uniform falls $\alpha = \beta = 1$ und asymmetrisch in allen anderen Fällen.

2.3.3.2 Gamma-Verteilung

Die Gamma-Verteilung weist ebenfalls zwei Lageparameter α und β auf, die über den EL und UL bestimmt sind. Ihre Dichtefunktion ist gegeben mit

$$P(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} & \textit{falls } 0 \le x < \infty \\ 0 & \textit{falls } x < 0 \end{cases} \tag{2.27}$$

Die Gamma-Verteilung ist mit der Beta-Verteilung verwandt und führt deshalb zu ähnlichen Verlustverteilungen.

2.3.3.3 Lognormal-Verteilung

Eine Zufallsvariable ist lognormalverteilt, wenn der natürliche Logarithmus der Variablen normalverteilt ist. Die Lognormal-Verteilung weist folgende Dichtefunktion auf:

$$P(x) = \frac{1}{\beta \cdot x\sqrt{2\pi}} \cdot exp^{-(\ln x - \alpha)^2 / 2\beta^2} \qquad \textbf{(2.28)}$$

α und β sind wiederum die Lageparameter der Verteilung.

2.4 Credit VaR und Expected Shortfall

Die Verteilung von Kreditverlusten in einem Kreditportfolio wird typischerweise in einem Risikomass zusammengefasst, das als Credit Value at Risk bezeichnet wird. Der *CreditVaR* ist definiert als derjenige Verlust, der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit α (z.B. α = 1%) nicht mehr überschritten wird. Der mit einer Wahrscheinlichkeit von (1 - α) verbundene *CreditVaR* entspricht dem Quantil

$$CreditVaR_{\alpha} = \inf\{x : P(L \geq x) \leq \alpha\}$$

Ein alternatives Risikomass ist der Expected Shortfall *ES:*

$$ES_{\alpha} = E(L | L \geq CreditVaR_{\alpha})$$

ES bezeichnet den Erwartungswert für den Fall, dass der tatsächliche Verlust gegeben ein bestimmtes Konfidenzniveau höher ausfällt als der *CreditVaR*.

3. Messung der erwarteten Verluste

Kreditverluste stellen nicht vereinzelte, ausserordentliche Ereignisse dar, sondern müssen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erwartet werden. Zur Quantifizierung von Kreditrisiken haben sich in der Bankenindustrie mit dem *Expected Loss* und *Unexpected Loss* zwei statistische Masse durchgesetzt, welche die durchschnittlich zu erwartenden Verluste und deren Volatilität ausdrücken. In diesem Kapitel befassen wir uns mit dem Expected Loss, der eine wesentliche Rolle bei der Bestimmung der Risikoprämie eines Kredits spielt. Erwartete Verluste sind nichts Anderes als Standardrisikokosten. Die den Kunden verrechneten Risikoprämien sollten deshalb mindestens so hoch sein, dass sie den Expected Loss eines Kredits decken.

3.1 Expected Loss

Es gibt keine Methode, die solvente von insolventen Schuldnern frühzeitig mit absoluter Sicherheit zu trennen vermag. Der Ausfall eines Schuldners muss deshalb mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erwartet werden. Der erwartete Verlust einer Transaktion *i* setzt sich dabei aus drei Komponenten zusammen, die mathematisch wie folgt zu verknüpfen sind:

$$EL_i = PD_i \times CE_i \times LGD_i \qquad \textbf{(3.1)}$$

wobei

EL = Expected Loss (erwarteter Verlust)
PD = Probability of Default (Ausfallwahrscheinlichkeit)
CE = Credit Exposure (Exposure bei Ausfall)
LGD = Loss Given Default (erwartete Verlustquote)

- Die *Ausfallwahrscheinlichkeit PD* gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Kunde innerhalb eines bestimmten Zeithorizonts (z.B. 1 Jahr) insolvent wird.

- Beim *Kreditexposure CE* handelt es sich um die erwartete Kreditbenützung zum Zeitpunkt des Ausfalls. Die Erfahrung zeigt, dass bei einer Bonitätsverschlechterung noch häufig ein Teil der nicht benützten Limite gezogen wird.

- Die *Verlustquote LGD* gibt an, wie viel die Bank nach Verwertung allfälliger Sicherheiten auf dem Kreditexposure durchschnittlich verliert. Die Verlustquote hängt wesentlich von der Qualität der Deckung ab. Falls eine Bank ihre Kreditdaten historisiert hat, kann sie die Verlustquoten nach Deckungsarten und Belehnungshöhe empirisch bestimmen.

Gleichung (3.1) und (3.2) stimmen nur unter der Annahme, dass die Ausfallraten (PD) und Verlustquoten (LGD) voneinander unabhängig sind. Verschiedene empirische Studien belegen aber, dass *LGD* mit der Schuldnerqualität korreliert ist, da beide Risikokomponenten letztendlich von den gleichen makroökonomischen Faktoren abhängen.[9] Sicherheiten verlieren bekanntlich oft gerade dann an Wert, wenn die Ausfallraten steigen. Falls dieser Effekt berücksichtigt werden

---

[9] Siehe z.B. *Altman, Edward et al.:* The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications, Working Paper, March 2003.

soll, ist *LGD* in (3.1) und (3.2) durch den Term für $\widetilde{LGD}$ aus Gleichung (2.11) zu ersetzen, der die Kovarianz zwischen der Bonität des Schuldners und der Verlustquote berücksichtigt. Dies führt normalerweise zu einer beträchtlichen Erhöhung des *EL*.

Der Expected Loss für das ganze Portfolio *P* berechnet sich aus der Addition der erwarteten Verluste der einzelnen Transaktionen:

$$EL_P = \sum_{i=1}^{n} EL_i = \sum_{i}^{n} PD_i \times CE_i \times LGD_i \qquad \textbf{(3.2)}$$

Die folgende Tabelle zeigt die konkrete Berechnung des EL am Beispiel eines Portfolios, das aus den drei Segmenten A, B und C besteht. Das Segment C bringt nur 14% der Kunden, aber 78% des gesamten Exposures – ein Fall, der für viele Banken typisch ist. Wir werden dieses Beispiel in den folgenden Kapiteln schrittweise erweitern.

Beispiel 3.1 *Berechnung Expected Loss*

	A	**B**	**C**	**Portfolio**
Anzahl Kunden	1000	500	250	1'750
Credit Exposure pro Kunde	1	5	50	16'000
Probability of Default	1.50%	1.50%	1.50%	1.50%
Loss Given Default	50%	50%	50%	50%
Expected Loss	7.5	18.8	93.8	120.0

3.2 Ausfallwahrscheinlichkeit (Probability of Default)

Ratingsysteme weisen bestimmten Risikokategorien normalerweise einen alphabetischen (z.B. AAA) oder numerischen (z.B. 1) Wert zu. Für sich alleine stellen diese Werte lediglich eine Rangfolge zwischen den Kunden her. Um den Expected Loss gemäss Formel (3.1) berechnen zu können, muss darüber hinaus die Ausfallwahrscheinlichkeiten *PD* innerhalb einer Ratingklasse bekannt sein. Zur Bestimmung von PD bestehen verschiedene Möglichkeiten, wie z.B.[10]:

- Übernahme der Ratings und Ausfallwahrscheinlichkeiten von einer Ratingagentur
- Berechnung von PD mit einem inversen Optionspreismodell
- Bestimmung der Risikoklasse eines Kunden in einem strukturierten Ratingprozess, der mit mathematisch-statistischen Instrumenten (z.B. Logistische Regression, Diskriminanzanalyse, Neuronale Netze) unterstützt wird.

Credit Analyzer ist jedoch kein System für die Bonitätsanalyse, so dass Ratings und Ausfallwahrscheinlichkeiten für das Modell lediglich Input-Faktoren darstellen.

[10] Einen guten Überblick gibt *Saunders, Anthony:* Credit Risk Measurement, 1999, S. 7 - 18.

Tabelle 3.1 zeigt die erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeiten über verschiedene Laufzeiten, wie sie sich aus dem Ratingsystem von Standard & Poor's ergeben. Dabei wird deutlich, dass sich die PD-Werte bei einer Bonitätsverschlechterung überproportional erhöhen. Darüber hinaus ist ersichtlich, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit auch von der Länge des untersuchten Zeithorizonts abhängt. Während die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schuldner mit Rating BBB innerhalb eines Jahres ausfällt, mit 0.25% noch relativ tief ist, beträgt sie über einen 3-Jahreshorizont bereits 1.19%.

Tab. 3.1 *Kumulierte durchschnittliche Ausfallwahrscheinlichkeiten (in %)*

Rating	Zeithorizont in Jahren								
	1	2	3	4	5	6	7	10	15
AAA	0.00	0.03	0.14	0.26	0.38	0.50	0.56	0.79	1.09
AA	0.02	0.07	0.15	0.26	0.37	0.49	0.58	0.82	1.15
A	0.08	0.19	0.33	0.50	0.68	0.89	1.15	1.84	2.77
BBB	0.25	0.70	1.19	1.80	2.43	3.05	3.59	5.22	7.71
BB	0.95	2.83	5.03	7.14	9.04	10.87	12.48	16.54	20.52
B	4.70	10.40	15.22	18.98	21.76	23.99	25.82	29.94	34.54
CCC/C	27.39	36.79	42.12	45.21	47.64	48.72	49.72	52.88	56.55

Quelle: *Standard & Poor's:* 2010 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions, Table 24 - Global Corporate Average Cumulative Default Rates (1981 - 2010).

Für eine ausreichende Differenzierung der Risiken und die Umsetzung des EL-Konzepts im Pricing sind nach unserer Erfahrung mindestens zehn Risikoklassen notwendig. Der Entscheid über die Skalierung des Ratingsystems ist von weitreichender Bedeutung. Wenn später Risikoklassen hinzugefügt werden müssen, geht die Konstanz bei der Historisierung der Daten verloren und es kann dann schwierig werden, die bisherigen Zeitreihen in das neue System umzurechnen.

3.3 Credit Exposure

Falls eine Gegenpartei ihren Verpflichtungen nicht mehr nachkommt, ist der Expected Loss gemäss (3.1) davon abhängig, wie hoch ihre *Forderung zum Zeitpunkt des Ausfalls* ist.[11] Empirische Daten zeigen, dass bei Bonitätsverschlechterungen im klassischen Kreditgeschäft oft ein Teil der nicht benützten Limite gezogen wird. Bei traditionellen Kreditprodukten ergibt sich das Credit Exposure deshalb theoretisch aus der heutigen Benützung zuzüglich eines Anteils der nicht benützten Limite, der bis zum Zeitpunkt des Ausfalls erfahrungsgemäss noch gezogen wird:

$$CE = Benützung + \lambda \cdot (Limite - Benützung) \quad \textbf{(3.3)}$$

wobei λ der Anteil der nicht benützten Limite in % ist. Dies entspricht dem in Basel III vorgesehenen Kreditumrechungsfaktor (credit conversion factor CCF).

[11] Unsere Bezeichnung «Credit Exposure» entspricht dem «Exposure at Default» des Basler Komitees.

Der Anteil λ ist anhand der historischen Verluste einer Bank zu bestimmen und ist in der Praxis oft vom ursprünglichen Rating abhängig. Banken, die nicht über genügend Daten für statistisch signifikante Aussagen verfügen, setzen zur Vereinfach jedoch oft $\lambda = 0$ (d.h. *CE* = Benützung).[12] Bei Firmenkunden mit einem Rating ab BB ist zum Zeitpunkt des Ausfalls in der Regel ohnehin ein Grossteil der Limite benützt.

3.4 Verlustquote (Loss Given Default)

Bei einem Ausfall erleidet eine Bank einen Verlust in der Höhe des Credit Exposures abzüglich desjenigen Teils, den sie über Konkursdividenden, Veräusserung von Sicherheiten etc. wieder einbringen kann. Je höher dieser Rückgewinnungsbetrag (Recovery) ist, desto kleiner ist der Loss Given Default. Die Modellierung des LGD ist im Gegensatz zur Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden eine relativ neue Technik und wird die Banken in nächster Zukunft noch stark herausfordern.

Loss Given Default ist normalerweise definiert als der Verlust im Verhältnis zum Kreditexposure bei Ausfall (Exposure at Default).[13] Es ist entscheidend, dass alle drei Risikokomponenten des erwarteten Verlusts (CE, PD, LGD) auf der gleichen Ausfalldefinition beruhen.

Die bei der Schätzung des LGD zu verwendende Definition von «Verlust» ist auch nach Basel II grundsätzlich der *wirtschaftliche* Verlust. Dieser umfasst insbesondere Abzinsungseffekte und Workout-Kosten. Da sich die Workout-Periode über mehrere Jahre hinziehen kann, ist es notwendig, alle nach dem Ausfallereignis anfallenden Cash-Flows auf das Ausfalldatum abzudiskontieren:

$$LGD = 1 - \text{Recovery} = 1 - \frac{\sum \frac{CF_t}{(1+r)^t}}{CE} \qquad \textbf{(3.4)}$$

wobei

- CF_t = Netto-Cash-Flow zum Zeitpunkt t (positive *CF* vom Schuldner oder aufgrund der Verwertung von Sicherheiten, negative *CF* als Folge interner und externer Kosten)
- r = Diskontierungssatz (inkl. Risikoprämie[14])

---

[12] Im Foundation Approach erlaubt das Basler Komitee einen Kreditumrechnungsfaktor λ von 0 bei jenen Kreditlinien, die nicht bestätigt sind oder die von der Bank jederzeit und bedingungslos gekündigt werden können. Siehe *Basel Committee on Banking Supervision:* International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, June 2004, S. 67.

[13] *Schuermann, Til:* What Do We Know About Loss-Given-Default?, Working Paper, Federal Reserve Bank of New York, February 2004.

[14] Vgl. *Maclachlan, Iain:* Choosing the Discount Factor for Estimating Economic LGD, Working Paper, May 2004. Entsprechend dem Capital Asset Pricing Model (CAPM) sollte die Risikoprämie entsprechend dem systematischen Risiko gewählt werden, das mit der jeweiligen Finanzanlage verbunden ist. Zum Diskontierungsfaktor bei der Schätzung des LGD siehe auch *Basel Committee on Banking Supervision:* Guidance on Paragraph 468 of the Framework Document, July 2005.

Der LGD hängt stark von der Qualität der Deckung ab und ist z.B. bei einem Immobilienkredit wesentlich tiefer ist als bei einem ungedeckten Kredit. Bei der Historisierung und Modellierung des LGD sollten u.a. folgende Risikofaktoren berücksichtigt werden:

- Rechtsform
- Branche
- Firmenalter
- Grösse
- Kapitalstruktur
- Intensität des Workout-Prozesses
- Konjunkturelle Lage
- etc.

Im traditionellen Kreditgeschäft müssen Verlustquoten bankintern geschätzt und/oder aus der Volatilität der Marktpreise abgeleitet werden, die den Sicherheiten zugrunde liegen.[15] Bei der Schätzung von LGD wählen die meisten Banken eine Kombination oder alle der folgenden Methoden[16]:

- Historisierte bankinterne Daten
- Expertenmeinungen (Kreditabteilung, Workout)
- Benchmarks von Consultants
- Verfügbare externe Daten

Tabelle 3.2 zeigt die durchschnittlichen Verlustquoten aus empirischen Arbeiten, die sich mit bankinternen LGD-Werten im Firmenkundengeschäft befasst haben.

Tab. 3.2 *Loss Given Default bei kommerziellen Bankkrediten*[17]

Studie	Land	Zeit	LGD
Araten / Jacobs / Varshney (JPMorgen Chase)	USA	1982 - 1999	32%
Asernow / Edwards (Citibank)	USA	1970 - 1993	35%
Dermine / de Carvalho (Banco Comercial Portugues)	Portugal	1995 - 2000	29%
Grunert / Weber (grosse deutsche Bank)	Deutschland	1992 - 2003	28%

15 Siehe z.B. *Jokivuolle, Esa / Peura, Samu:* A Model for Estimating Recovery Rates and Collateral Haircuts for Bank Loans, Bank of Finland, 14.3.2000.

16 *Financial Services Authority (FSA):* Wholesale LGD models, 10 January 2007.

17 Siehe *Araten, Michael et al.:* Measuring LGD on Commercial Loans: An 18-Year Internal Study, in: The RMA Journal, May 2004. Um die Vergleichbarkeit mit den anderen Studien zu gewährleisten, enthält die Tabelle denjenigen LGD-Wert, den Araten et al. mit einem Diskontsatz von 5% berechnet haben. *Asarnow, Elliot / Edwards, David:* Measuring Loss on Defaulted Bank Loans. A 24-Year-Study, in: Journal of Commercial Lending, 77, 1995. *Dermine, Jean / Neto de Carvalho, Cristina.:* Bank Loan Losses-Given-Default, March 2005. *Grunert, Jens / Weber, Martin:* Recovery Rates of Bank Loans: Empirical Evidence for Germany, March 2005.

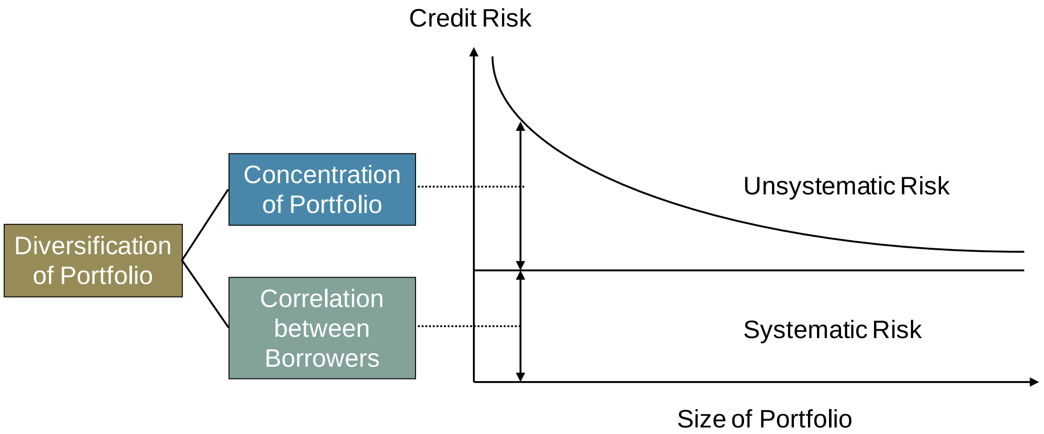
4. Messung der unerwarteten Verluste

Beim Expected Loss handelt es sich um einen Erwartungswert. In der Realität werden die effektiven Verluste aber je nach wirtschaftlichem Umfeld über oder unter diesem statistisch erwarteten Durchschnitt liegen. Credit Analyzer berechnet darum neben dem Expected Loss auch einen Unexpected Loss, der diese Schwankung quantifiziert.

4.1 Systematische vs. unsystematische Risiken

Die Volatilität der Portfolioverluste hängt konzeptionell von zwei Faktoren ab: der Konzentration und Korrelationsstruktur des Portfolios. Die *Konzentration* beschreibt das Klumpenrisiko in einem Portfolio, das sich aus einer ungenügenden Streuung der Kreditforderungen nach Schuldnern ergibt. So ist es z.B. risikoreicher, je CHF 1 Mio. an 10 Schuldner zu leihen als CHF 0.1 Mio. an 100 Schuldner. Wie Abbildung 4.1 zeigt, lässt sich dieses schuldnerspezifische bzw. *unsystematische Risiko* jedoch mit zunehmender Portfoliogrösse wegdiversifizieren. Die *Korrelationen* zwischen den einzelnen Schuldnern definieren die Sensitivität des Portfolios bezüglich Änderungen der zugrundeliegenden makroökonomischen Faktoren. Es ist z.B. risikoreicher, einen Grossteil der Kredite in Branchen zu vergeben, die gleichzeitig sehr sensitiv auf wirtschaftliche Entwicklungen reagieren. Dieses Marktrisiko wird im Folgenden als *systematisches Risiko* bezeichnet.

Abb. 4.1 Konzentrations- und Korrelationseffekte im Kreditportfolio



Ausser bei kleineren Portfolios übt der Korrelationseffekt bei der Berechnung des gesamten Kreditrisikos den stärksten Einfluss aus. Während das schuldnerspezifische Risiko mit zunehmender Portfoliogrösse sinkt, lässt sich der auf die Korrelationsstruktur zurückzuführende Risikobeitrag nicht vollständig wegdiversifizieren. Je grösser ein Portfolio ist, desto mehr wird das gesamte Risiko von der systematischen Komponente bestimmt.

4.2 Unexpected Loss (Einfaktormodell)

Der Unexpected Loss ist ein Volatilitätsmass für die Streuung der tatsächlichen Verluste um den Expected Loss. Gleichung (4.1) zeigt nochmals, dass eine Abweichung der tatsächlichen von den erwarteten Verlusten auf Schwankungen der Ausfallwahrscheinlichkeit, des Kreditexposures und der Verlustquote zurückzuführen sein muss. Dabei sind insbesondere die Erwartungswerte von *PD* und *LGD* mit signifikanter Unsicherheit behaftet. Ihre Volatilität wird in Credit Analyzer darum explizit modelliert, während das Credit Exposure als konstant angenommen wird.

$$Expected\ Loss = \underbrace{PD}_{volatil} \times CE \times \underbrace{LGD}_{volatil} \tag{4.1}$$

Wir zeigen zunächst, wie Credit Analyzer den Unexpected Loss für einzelne Transaktionen bzw. homogene Portfoliosegmente berechnet, gehen dann auf empirische Belege bezüglich der Volatilität von PD und LGD ein und zeigen später, wie der UL auf Portfolioebene unter Berücksichtigung von Korrelationseffekten gemessen wird.

Credit Analyzer ist ein ausfallorientiertes Modell und geht darum davon aus, dass ein Schuldner am Ende des Analysehorizonts nur zwei Zustände annehmen kann: Entweder er ist ausgefallen (*PD*) oder er ist *nicht* ausgefallen (*1-PD*). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung beruht somit auf einem sogenannten Binomial- oder Bernoulliprozess.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit, die einem solchen Binomialprozess folgt, weist dabei für einen *einzelnen* Schuldner die folgende Standardabweichung *Stabw auf:*

$$Stabw(PD) = \sqrt{PD \times (1 - PD)} \tag{4.2}$$

Das zweite Unsicherheitsmoment in Gleichung (4.1) ist die Volatilität des Loss Given Default. In Credit Analyzer ist darum für jede Verlustquoten-Klasse eine Standardabweichung σ_{LGD} zu erfassen.

Führt man die beiden Varianzterme von *PD* und *LGD* zusammen, ergibt dies gemäss der in *Anhang 2* gezeigten Herleitung den Unexpected Loss *UL* eines Kreditexposures *i*:

$$UL_i = CE_i \times \sqrt{\underbrace{PD_i \times (1 - PD_i)}_{\substack{Varianz\\PD}} \times \underbrace{LGD_i^2}_{Gewichtung} + \underbrace{PD_i}_{Gewichtung} \times \underbrace{\sigma_{LGD}^2}_{\substack{Varianz\\LGD}}} \tag{4.3}$$

Diese Formel gilt dann, wenn die Faktoren, die zur Volatilität von *PD* bzw. *LGD* führen, voneinander unabhängig sind. Sofern Schuldner als auch Deckung korreliert sind, ist *LGD* in allen Gleichungen dieses Kapitels durch den Term für $\widetilde{LGD}$ in (2.11) zu ersetzen, der die Korrelation zwischen der Bonität des Schuldners und der Verlustquote berücksichtigt. Gleichung (4.3) kann so interpretiert werden, dass der Unexpected Loss abhängig ist von der Varianz von PD und LGD sowie ihrer jeweiligen Gewichtung.

Für die Berechnung des UL auf Portfolioebene zerlegen wir Gleichung (4.3) entsprechend den Ausführungen im letzten Abschnitt in eine *systematische* und eine *unsystematische* bzw. schuldnerspezifische Komponente:

$$UL_i = \sqrt{UL_{i_{syst}}^2 + UL_{i_{unsyst}}^2} \tag{4.4}$$

Falls Schuldner und Deckung korreliert sind, muss UL_{syst} über Gleichung (2.14) mit einem numerischen Verfahren bestimmt werden. Andernfalls lässt sich UL_{syst} und UL_{unsyst} analytisch berechnen. Dieser Fall sowie die darauf aufbauende Bestimmung des UL des Portfolios ist im Folgenden dargestellt.

Die *Varianz von PD* kann in eine systematische und eine unsystematische Komponente zerlegt werden, wenn wir die empirische Volatilität σ_{PD} der Ausfallrate berücksichtigen. Diese drückt die historische oder geschätzte Schwankung der Ausfallraten im Zeitablauf aus und stellt das systematische Risiko dar, dem alle Schuldner eines bestimmten Portfoliosegments ausgesetzt sind. Die Volatilität von PD ist eine Funktion der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Schuldners sowie dessen Korrelation mit dem sektorspezifischen, systematischen Risikofaktor. σ_{PD} lässt sich wie in Abschnitt 4.4.1.1 beschrieben mit einem numerischen Verfahren bestimmen. Die Varianz von PD kann dann wie folgt zerlegt werden:

$$\underbrace{PD \cdot (1 - PD)}_{Varianz_{Total}} = \underbrace{\sigma_{PD}^2}_{Varianz_{systematisch}} + \underbrace{\left(PD \cdot (1 - PD) - \sigma_{PD}^2\right)}_{Varianz_{unsystematisch}} \tag{4.5}$$

Setzen wir den rechten Term von (4.5) in Gleichung (4.3) ein, können wir den Unexpected Loss einer Transaktion als die Summe einer systematischen und einer unsystematischen Risikokomponente ausdrücken:

$$UL_{i_{syst}}^2 = CE_i^2 \times LGD^2 \times \sigma_{PD}^2 \tag{4.6}$$

und

$$UL_{i_{unsyst}}^2 = CE_i^2 \times \left(PD \cdot (1 - PD) \cdot LGD^2 - \sigma_{PD}^2 \cdot LGD^2 + PD \cdot \sigma_{LGD}^2\right) \tag{4.7}$$

Falls die Ausfälle aller Schuldner eines Portfolios nur von *einem* systematischen Risikofaktor abhängen, spricht man von einem **Einfaktormodell**. In diesem Fall gehören sämtliche Schuldner dem gleichen Wirtschaftssektor an und die unerwarteten Verluste der einzelnen Schuldner weisen untereinander eine Korrelation von 1 auf. Der systematische UL auf Portfolioebene entspricht dann der Summe aller UL auf Transaktionsebene:

$$UL_{P_{syst}} = \sum_{i=1}^{n} UL_{i_{syst}} \tag{4.8}$$

Da die unsystematischen Risiken der einzelnen Schuldner voneinander unabhängig sind, entspricht das unsystematische Risiko auf Portfolioebene

$$UL_{P_{unsyst}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} UL_{i_{unsyst}}^2} \tag{4.9}$$

Da definitionsgemäss auch die systematische und unsystematische UL-Komponente voneinander unabhängig sind, entspricht der Unexpected Loss des Portfolios

$$UL_{P_{One-Factor}} = \sqrt{UL^2_{P_{syst}} + UL^2_{P_{unsyst}}} \tag{4.10}$$

oder

$$UL_{P_{One-Factor}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} UL_{i_{syst}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} UL^2_{i_{unsyst}}} \tag{4.11}$$

Dies ist der Unexpected Loss eines Portfolios, dessen Schuldner alle dem gleichen Wirtschaftssektor angehören. Der Unexpected Loss grosser, homogener Portfolios wird fast ausschliesslich durch den ersten Term *(systematisches Risiko)* auf der rechten Seite von Gleichung (4.11) bestimmt. Das unsystematische Risiko (zweiter Term) ist in der Regel wesentlich kleiner und fällt nur dann ins Gewicht, wenn die Korrelation der Schuldner mit dem systematischen Risikofaktor sehr tief ist oder es sich um ein kleines Portfolio handelt. Beispiel 4.1 zeigt die konkrete Berechnung des Unexpected Loss.

Beispiel 4.1 Berechnung des Unexpected Loss (One-Factor Model)

	A	**B**	**C**	**Portfolio**
Anzahl Kunden	1’000	500	250	1’750
CE pro Kunde	1	5	50	16’000
PD	1.50%	1.50%	1.50%	
σ_{PD} (Faktorsensitivität = 0.2481)	1.00%	1.00%	1.00%	
LGD	50.0%	50.0%	50.0%	
σ_{LGD}	12.5%	12.5%	12.5%	
EL	7.50	18.75	93.75	120.00
UL systematisch	5.00	12.50	62.50	80.00
UL unsystematisch	1.98	6.98	49.39	49.92
UL Einfaktormodell	-	-	-	94.30

Die Abschnitte 4.3 und 4.4 führen die bisherigen Betrachtungen weiter und zeigen, wie Credit Analyzer die Korrelationsstruktur in einem Portfolio modelliert. Zuvor beschreiben wir einige empirische Untersuchungen, die Hinweise auf die Höhe der Volatilität von *PD* und *LGD* vermitteln.

4.2.1 Volatilität der Ausfallraten

Die tatsächlichen Ausfälle in einer Ratingklasse sind je nach wirtschaftlichem Umfeld Schwankungen unterworfen. So ergeben sich aus den Daten der Ratingagenturen beispielsweise die in Tabelle 4.1 gezeigten empirischen Standardabweichungen der Ausfallraten. Je grösser die Volatilität und damit die Unsicherheit sind, umso grösser wird die Wahrscheinlichkeit unerwartet hoher Verluste.

Tab. 4.1 Historische Standardabweichungen der 1-Jahres-Ausfallraten

S & P's	PD in %	σ_{PD} in %
AAA	0.00	0.00
AA	0.02	0.08
A	0.08	0.12
BBB	0.25	0.27
BB	0.95	1.05
B	4.70	3.31
CCC/C	27.39	12.69

Quelle: *Standard & Poor's:* 2010 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions, Table 24 - Global Corporate Average Cumulative Default Rates (1981-2010).

Die Abbildung zeigt, dass die Standardabweichung mit zunehmender Ausfallwahrscheinlichkeit zwar steigt, relativ aber sinkt. Die empirischen Daten weisen zudem darauf hin, dass sich die Standardabweichungen bei einer durchschnittlichen Ausfallwahrscheinlichkeit etwa auf Höhe der jeweiligen PD bewegen. Dieser Zusammenhang stimmt mit der intuitiven Erwartung überein und scheint auch auf andere Ratingsysteme übertragbar zu sein.

4.2.2 Volatilität des Loss Given Default

Wir sind bisher davon ausgegangen, dass Verlustquoten zumindest innerhalb einer Asset-Klasse konstant sind. Ein Blick auf die empirischen Werte in Tabelle 4.2 zeigt jedoch, dass die Volatilität von LGD auch innerhalb einer Forderungskategorie erheblich ist in einem Bereich zwischen 0 - 30% liegt.

Tab. 4.2 Loss Given Default und Volatilität

Deckungsart	Anzahl	LGD in %	σ_{LGD} in %
Senior Secured Loans	260	31.8	24.6
Senior Unsecured Loans	48	48.9	25.2
Senior Secured Bonds	330	40.5	27.7
Senior Unsecured Bonds	1012	63.3	24.4
Senior Subordinated Bonds	409	69.7	24.0
Subordinated Bonds	249	68.9	25.7
Discount Bonds	156	74.1	20.2

Quelle: *Altman, Edward:* Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice: An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence, Table 2, November 2006. Die «Loan»-LGDs stammen aus der Datenbank von Moody's (1989 - 2Q 2006), die «Bond»-LGDs aus derjenigen von Altman (1978 - 2006).

Die LGD-Werte von Krediten sind wesentlich tiefer als diejenigen von Anleihen, nicht aber die entsprechenden Volatilitäten. Die in Tabelle 3.2 zitierte Studie von Grunert und Weber bei einer grossen deutschen Bank kommt bei einem durchschnittlichen LGD von 28% sogar zu einer Volatilität von rund 36%.

Falls bankinterne LGD-Volatilitäten noch fehlen, führt die folgende Formel zu einer ersten Schätzung:

$$\sigma_{LGD} = \frac{1}{2}\sqrt{LGD(1-LGD)} \qquad \textbf{(4.12)}$$

Die mit Gleichung (4.12) berechnete Volatilität verläuft in Abhängigkeit der Verlustquote symmetrisch. Sie ist bei geringen Verlustquoten tief, steigt dann bis zu einer Verlustquote von 50% an und fällt dann wieder ab.

Die Volatilitäten empirischer Studien stammen häufig von Bondmärkten und beruhen auf dem angelsächsischen Insolvenzrecht. Für traditionelle Kreditportfolios ist eine Gleichung wie (4.12) deshalb mit einer gewissen Vorsicht anzuwenden. Letztendlich kann sie bankinterne empirische Erhebungen nicht ersetzen und sollte nur verwendet werden, bis bankspezifische Daten vorliegen.

Insgesamt ergibt sich aus der Volatilität der Verlustquoten eine weitere signifikante Unsicherheitsquelle bezüglich der Höhe des Unexpected Loss. Die Schätzung und Integration der Standardabweichung der Verlustquoten muss deshalb ein zentraler Bestandteil eines Kreditrisikomodells sein. Die Volatilität von LGD erhöht den Credit Value at Risk massiv, sobald LGD und PD von den gleichen Risikofaktoren abhängen (d.h. korreliert sind). Wenn diese voneinander unabhängig sind, fällt die LGD-Volatilität nur bei kleineren Portfolios und solchen mit Klumpenrisiken ins Gewicht.

4.2.3 Abhängigkeit des Loss Given Default vom systematischen Risiko

Die effektiven Verlustquoten sind in Rezessionsphasen oft höher als im Aufschwung (und umgekehrt). Viele Kreditrisikomodelle gehen jedoch davon aus, dass LGD zwar volatil, aber von der Entwicklung der Schuldnerbonität bzw. der Wirtschaftsentwicklung unabhängig ist. Zahlreiche empirische Studien belegen aber, dass LGD mit der Schuldnerqualität korreliert ist, da beide Risikokomponenten von den gleichen makroökonomischen Faktoren abhängen.[18] Deckungen sind ebenfalls Aktiva und dürften somit in ähnlicher Weise auf wirtschaftliche Veränderungen reagieren wie die Firmenaktiva.

In Credit Analyzer kann dieser Effekt berücksichtigt werden, indem die Sensitivität von LGD bezüglich des systematischen Risikos erfasst wird.[19] Die empirische Schätzung dieses Parameters stellt allerdings eine Herausforderung dar.[20] Frye und Jacobs präsentieren deshalb eine einfache Alternative, in dem sie den realisierten LGD in einem bestimmten Wirtschaftsszenario aus einer

---

[18] *Altman, Edward et al.:* The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications, Working Paper, March 2003.

[19] Siehe dazu *Frye, Jon:* Collateral damage, in: Risk, April 2000, S. 91 - 94; sowie *Frye, Jon:* Depressing recoveries, in: Risk, November 2000, S. 108 - 111. Vgl. auch *Li, Steve / Tunay, Soner:* The Impact of Systematic LGD on Economic Capital, in: Risk Professional, April 2012, S. 23 - 29; oder *Folpmers, Marco:* The Impact of PD-LGD Correlation on Expected Loss and Economic Capital, in: Risk Professional, February 2012, S. 19 - 25.

[20] Vgl. z.B. *Giese, Guido:* The impact of PD/LGD correlations on credit risk capital, in: Risk, April 2005, S. 79 - 84; sowie *Hillebrand, Martin:* Modelling and estimating dependent loss given default, in: Risk, September 2006, S. 120 - 125.

Funktion der (simulierten) Ausfallrate und des erwarteten LGD ableiten.[21] Der Ansatz führt bei höheren Ausfällen zu höheren LGD-Raten und setzt keine zusätzlichen Parameter voraus, die statistisch ohnehin schwierig zu schätzen sind. Die Funktion lässt sich in Credit Analyzer einfach implementieren und eignet sich insbesondere für Stress Tests.

In realen Portfolios kann die Abhängigkeit der LGD-Raten vom systematischen Risiko den Credit Value at Risk um bis zu 50% erhöhen. Aus diesem Grund verlangt auch Basel II im Rahmen des auf internen Ratings basierenden Ansatzes (IRB), dass Banken für die Berechnung der Eigenmittel LGD-Schätzungen verwenden, die wirtschaftliche Abschwungphasen reflektieren.[22]

4.3 Unexpected Loss (Mehrfaktormodell)

Der Unexpected Loss gemäss Gleichung (4.11) beruht auf der Annahme aus, dass alle Schuldner dem gleichen Wirtschaftssektor angehören. Sind die Schuldner jedoch in unterschiedlichen Sektoren tätig, reduziert sich der UL. Das systematische Risiko verringert sich aber nur teilweise, da die Wirtschaftssektoren in einem Kreditportfolio in der Regel zwar nicht vollständig, aber trotzdem positiv korreliert sind. Sofern diese Sektorkorrelationen berücksichtigt werden, spricht man von einem **Mehrfaktormodell**. Credit Analyzer integriert diese Korrelationseffekte bei der Berechnung des Unexpected Loss wie folgt:

$$UL_{P_{Multi-Factor}} = \sqrt{\sum_{u} \sum_{v} UL_{u_{syst}} \cdot UL_{v_{syst}} \cdot \rho_{uv} + \sum_{i=1}^{n} UL_{i_{unsyst}}^{2}} \qquad \textbf{(4.13)}$$

wobei ρ_{uv} der Sektorkorrelation zwischen zwei Portfoliosegmenten *u* und *v* entspricht und *i* die Anzahl Transaktionen ist. Falls *PD* und *LGD* voneinander unabhängig sind, kann der systematische *UL* eines Sektors *u* analog Formel (4.8) und der unsystematische *UL* mit (4.9) berechnet werden. Bei einer Korrelation zwischen *PD* und *LGD* sind die komplexeren Formeln (2.14) bzw. (2.16) zu verwenden. Der Korrelationseffekt wirkt nur zwischen den systematischen Risikokomponenten und hat keinen Einfluss auf das unsystematische Risiko, das schuldnerspezifisch ist und keinen Zusammenhang mit den einzelnen Wirtschaftssektoren aufweist. Die Bestimmung der Portfoliovolatilität gemäss Gleichung (4.13) basiert auf der Portfoliotheorie von Markowitz und dessen Varianz/Kovarianz-Ansatz.[23] Wie Beispiel 4.2 zeigt, entspricht UL_P nicht einfach der Summe der UL der einzelnen Portfoliosegmente. Da die Korrelation zwischen den drei Sektoren kleiner ist als 1, reduziert sich der UL im Vergleich zum Einfaktormodell von 94.30 auf 91.20.

Beispiel 4.2 Berechnung Unexpected Loss (Mehrfaktormodell)

	A	B	C	Portfolio
UL systematisch	5.00	12.50	62.50	80.00
UL unsystematisch	1.98	6.98	49.39	49.92
UL Einfaktormodell				94.30
UL Mehrfaktormodell	Sektorkorrelation 0.75 (konstant)			91.20

[21] *Frye, Jon / Jacobs, Michael Jr.:* Credit Loss and Systematic LGD, submitted to the Journal of Credit Risk, October 6, 2011.

[22] Siehe auch *Basel Committee on Banking Supervision:* Background note on LGD quantification, December 2004.

[23] Siehe *Elton, Edwin / Gruber, Martin:* Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 1995, S. 46 - 67

4.4 Modellierung der Korrelationsstruktur

Die Berücksichtigung von Ausfallkorrelationen ist für die korrekte Messung des Portfoliorisikos entscheidend. Es ist allerdings eine praktisch unlösbare Aufgabe, die paarweisen Ausfallkorrelationen in einem Portfolio zu schätzen. Bereits in einem Portfolio mit 1'000 Schuldnern wäre fast eine halbe Million [$(1000^2$ - $1000)/2$] Ausfallkorrelationen zu schätzen, was weder rechnerisch noch vom verfügbaren Datenmaterial her umzusetzen ist. In der Praxis kommen deshalb sogenannte Faktormodelle zum Einsatz. Diese reduzieren die zu schätzende Parameterzahl stark, in dem sie die wirtschaftliche Entwicklung der einzelnen Schuldner alle von den gleichen Risikofaktoren abhängig machen.[24] In Credit Analyzer werden diese Abhängigkeiten bzw. Korrelationen auf zwei Ebenen berücksichtigt[25]:

- *Innerhalb* eines Sektors wird die Korrelation der Firmenwerte der Schuldner mit einem sektorspezifischen Risikofaktor modelliert.

- *Zwischen* den Sektoren eines Portfolios werden sogenannte *Sektorkorrelationen* berücksichtigt.

4.4.1 Korrelation der Aktiva innerhalb eines Sektors

Innerhalb eines Sektors wird davon ausgegangen, dass der Wert A der Aktiva eines Schuldners *i* von einem systematischen, sektorspezifischen Risikofaktor X_S und einer schuldnerspezifischen Komponente Z_i (unsystematisches Risiko) abhängt:

$$A_i = \sqrt{r_i}\,X_s + \sqrt{1-r_i}\,Z_i \qquad \textbf{(4.14)}$$

wobei *r* die Korrelation und die *Quadratwurzel aus r* die Sensitivität bezüglich des systematischen Risikofaktors X_S ist. Diese Sektorsensitivität ist ein expliziter Input in Credit Analyzer und beschreibt, wie stark die Aktiva eines Kunden von der konjunkturellen Entwicklung des Sektors abhängen. Je höher die Sensitivität ist, desto stärker wird die Bonität eines Schuldners bei einer negativen Entwicklung des Sektors in Mitleidenschaft gezogen und umgekehrt. X_S und Z_i folgen einer Standardnormalverteilung und sind voneinander unabhängig. Die Korrelation *r* eines Schuldners mit der Sektorentwicklung wird im Kontext von Basel III als *Asset Correlation* bezeichnet. Innerhalb eines Sektors weisen alle Schuldner definitionsgemäss die gleiche Sektorsensitivität und damit auch die gleiche Asset Correlation auf.

---

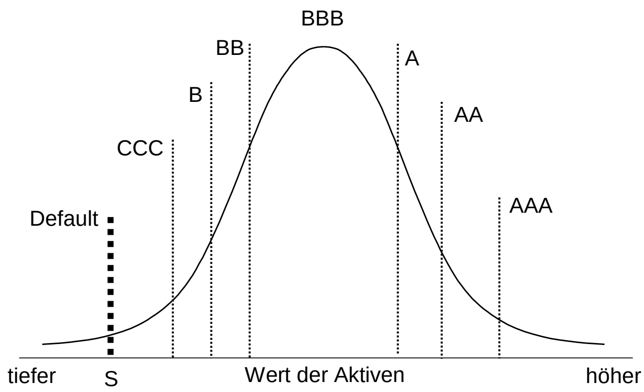
24 Vgl. zum Folgenden *Finger, Christopher*: Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions, in: CreditMetrics Monitor, April 1999, S. 14 - 33 sowie *Schönbucher, Philipp:* Factor Models for Portfolio Credit Risk, December 2000. *Chernih et al.*: Reconciling Credit Correlations, May 2011, fassen empirische Arbeiten zur Schätzung von Korrelationseffekten in einem Kreditportfolio zusammen.

25 Die Korrelationsstruktur wird gleich modelliert in: *Egloff, Daniel / Leippold, Markus / Vanini, Paolo*: A Simple Model of Credit Contagion, Working Paper, January 14, 2004. Denselben Ansatz verfolgen z.B. auch *Bams, Dennis / Pisa, Magdalena / Wolff, Christian*: Modeling default correlation in a US retail loan portfolio, Working Paper, May 15, 2013. Vgl. auch *Bürgisser, Peter et al.:* Integrating Correlations, in: Risk, July 1999, S. 57 - 60.

4.4.1.1 Firmenwertmodell und Ausfallkorrelationen

Die Asset Correlation von zwei Schuldnern innerhalb eines Sektors ist über die *gemeinsame* Entwicklung der Firmenwerte bestimmt. Um von der Asset Correlation zur Ausfallkorrelation zu gelangen, müssen wir die Ausfälle der Schuldner als eine Funktion ihrer Aktiva *A* beschreiben. Theoretischer Ausgangspunkt ist dabei das *Firmenwertmodell von Merton*[26], welches bestimmt, dass Veränderungen im Wert der Aktiven zu Veränderungen der Kreditqualität und damit des Ratings führen. Dabei definieren die in Abbildung 4.2 gestrichelt eingezeichneten Schwellenwerte jeweils einen Ratingbereich. Jedes Mal, wenn die Firmenaktiven einen neuen Schwellenwert erreichen, verändert sich das Rating. Fallen die Aktiven sogar unter den mit «Default» bezeichneten Schwellenwert *S* (fett-gestrichelt), sind die Schulden nicht mehr gedeckt und es kommt zu einem Ausfall.

Abb. 4.2 *Firmenwertmodell von Merton*



Quelle: *Gupton et al.:* Credit Metrics - Technical Document, 1997, S.37

Unter der Annahme, dass die Veränderung des Firmenwerts einer Normalverteilung folgt, können die Schwellenwerte aus den Wahrscheinlichkeiten einer Ratingmigration abgeleitet werden. Da mit PD die Ausfallwahrscheinlichkeit und mit (1-PD) die entsprechende Gegenwahrscheinlichkeit bekannt ist, entspricht die Fläche, die unter der Kurve und links vom Schwellenwert «Default» liegt, der erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeit PD. Dabei ergibt sich der Default-Schwellenwert *S* einer Standardnormalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1 mit[27]

$$S = N^{-1}(PD) \qquad \textbf{(4.15)}$$

wobei $N^{-1}()$ die inverse Funktion einer kumulativen Standardnormalverteilung ist. In Tabelle 4.3 sind die Default-Schwellenwerte am Beispiel einiger Ausfallwahrscheinlichkeiten aufgeführt. Die Default-Schwellenwerte sind umso kleiner und werden daher umso später erreicht, je geringer die Ausfallwahrscheinlichkeit PD eines Schuldners ist.

---

[26] *Merton, Robert C.:* On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, Journal of Finance, Nr. 29/1974, S. 449 - 70.

[27] Die Schwellenwerte sind mit *PD* bereits vollständig determiniert. Diese enthalten implizit alle Informationen über die erwartete Rendite auf den Firmenaktiven bzw. deren Volatilität, so dass die Berechnung mit einer Standardnormalverteilung durchgeführt werden kann.

Tab. 4.3 *Berechnung von Default-Schwellenwerten*

Probability of Default	0.1%	0.4%	1.0%	1.5%	3.5%	7.5%
Default-Schwellenwert S	-3.090	-2.652	-2.326	-2.170	-1.812	-1.440

Über das Faktormodell in Gleichungen (4.14) und das Firmenwertmodell in (4.15) ist implizit auch die Ausfallkorrelation zwischen zwei Schuldnern definiert. Wenn die Ausfälle wie in Abschnitt 4.2 beschrieben einem Binomialprozess folgen, ist die Ausfallkorrelation $\rho_{ij}^{Default}$ zwischen zwei Schuldnern *i* und *j* nämlich wie folgt definiert:

$$\rho_{ij}^{Default} = \frac{JPD(PD_i;PD_j;r_{ij}) - PD_i \times PD_j}{\sqrt{PD_i(1-PD_i)} \times \sqrt{PD_j(1-PD_j)}} \qquad \textbf{(4.16)}$$

Der *Zähler* von (4.16) entspricht der Kovarianz zwischen den Aktiven zweier Schuldner. Sie ist die Differenz zwischen der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit *JPD* (Joint Probability of Default), *wenn die Aktiven korreliert sind* und der gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeit, wenn beide Schuldner voneinander *unabhängig* sind ($PD_i \times PD_j$). Die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit *JPD* ist eine Funktion der individuellen Ausfallwahrscheinlichkeiten PD zweier Schuldner sowie ihrer Asset Correlation r_{ij}. Die Berechnung von *JPD* wird im nächsten Abschnitt 4.4.1.2 beschrieben. Der *Nenner* entspricht gemäss (4.2) den Standardabweichungen der binomialverteilten Ausfallprozesse der beiden Schuldner. Die Herleitung von Gleichung (4.16) ist in *Anhang 3* zu finden.

Die Ausfallkorrelation ist deshalb bedeutsam, weil in ihr implizit die empirische Volatilität der Ausfallrate σ_{PD} enthalten ist. Wie in Abschnitt 4.2 ausgeführt wird, brauchen wir diese, um den Unexpected Loss in eine systematische und unsystematische Komponente aufzuteilen.

Anhang 4 zeigt, dass sich zwischen der durchschnittlichen Ausfallkorrelation $\bar{\rho}_{Default}$ eines homogenen Portfoliosegments, der Ausfallwahrscheinlichkeit *PD* und der empirisch beobachteten Volatilität der Ausfallraten σ_{PD} der folgende approximative Zusammenhang herstellen lässt:

$$\bar{\rho}_{Default} \cong \frac{\sigma_{PD}^2}{PD \cdot (1-PD)} \qquad \textbf{(4.17)}$$

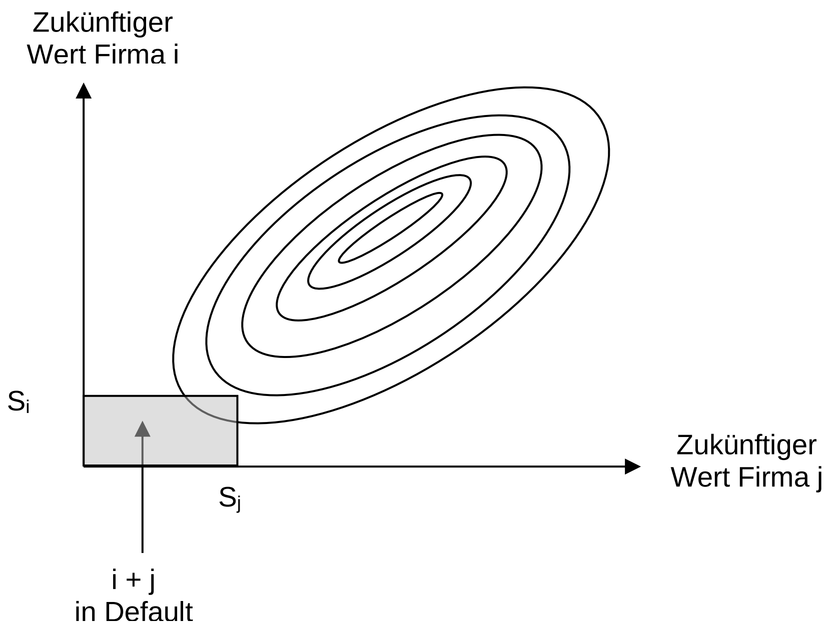
Zwei Schuldner mit gleicher Ausfallwahrscheinlichkeit und Sektorzugehörigkeit weisen deshalb die gleiche Ausfallkorrelation auf. Für die Berechnung des systematischen *UL* eines Schuldners brauchen wir die empirische Volatilität σ_{PD} seiner Ausfallrate. Diese erhalten wir, indem wir die rechten Terme von (4.16) und (4.17) gleichsetzen und nach σ_{PD} auflösen. Da in Credit Analyzer für jeden Schuldner die Ausfallwahrscheinlichkeit *PD* und die Sektorsensitivität $\sqrt{r}$ erfasst wird, ist implizit auch die Ausfallkorrelation in einem homogenen Portfoliosegment (nach Rating und Sektor) sowie die Volatilität der Ausfallrate bestimmt.

Zum besseren Verständnis gehen wir im nächsten Abschnitt noch vertiefter auf den Zusammenhang zwischen gemeinsamer Ausfallwahrscheinlichkeit, Asset Correlation und Ausfallkorrelationen ein.

4.4.1.2 Gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten

In Abbildung 4.3 ist der Bereich schattiert, in dem die beiden Schuldner *i* und *j* gemeinsam ausfallen, wobei die Default-Schwellenwerte mit S_i und S_j bezeichnet sind. Die Iso-Kurven haben dabei eine ähnliche Bedeutung wie die Höhenkurven, mit denen in Landkarten Gebirge dargestellt sind. Die inneren Kreise repräsentieren die Gebirgsspitze bzw. hohe gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten und die äusseren den Gebirgsfuss bzw. tiefe gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Abb. 4.3 *Gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten*



Quelle*: Aravanitis, Angelo / Gregory, Jon:* A Credit Risk Toolbox, in: Risk, December 1998

Die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit *JPD* in Gleichung (4.16) ist abhängig von den zwei Schwellenwerten und der Korrelation *r* der Aktiven der beiden Schuldner. Sie kann durch Integration einer bivariaten Standardnormalverteilung gefunden werden.

$$JPD(PD_i, PD_j, r_{ij}) = P(x < S_i, y < S_j) = \int_{-\infty}^{S_i} \int_{-\infty}^{S_j} f(x, y, r_{ij})\, dx\, dy \qquad \textbf{(4.18)}$$

Im Spezialfall, dass die beiden Gegenparteien voneinander unabhängig bzw. nicht korreliert sind, vereinfacht sich (4.18) zu

$$JPD(PD_i, PD_j, 0) = PD_i \times PD_j \qquad \textbf{(4.19)}$$

Für zwei *nicht korrelierte* Schuldner mit *PD* 0.4% und 2% beträgt die Wahrscheinlichkeit eines gemeinsamen Ausfalls z.B. 0.008%. Tabellen 4.4 und 4.5 zeigen die gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeiten von Schuldnerpaaren, deren Firmenwerte korreliert sind. Die den Berechnungen zugrundeliegenden PD-Werte entsprechen denjenigen von Standard & Poor's aus Tabelle 3.1 (Spalte «1 Jahr»).

Tab. 4.4 *Gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Asset Correlation von 0.2*

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	0.0%						
AA	0.0%	0.0%					
A	0.0%	0.0%	0.0%				
BBB	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
BB	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
B	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.5%	
CCC	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.4%	2.0%	9.8%

Tab. 4.5 *Gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Asset Correlation von 0.4*

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	0.0%						
AA	0.0%	0.0%					
A	0.0%	0.0%	0.0%				
BBB	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
BB	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%		
B	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.2%	0.9%	
C	0.0%	0.0%	0.1%	0.2%	0.7%	2.8%	12.3%

Tabellen 4.6 und 4.7 zeigen ausgehend von den oben aufgeführten gemeinsamen Ausfallwahrscheinlichkeiten die entsprechenden Ausfallkorrelationen, wie sie sich aus Gleichung (4.16) ergeben. Daraus lassen sich - auch ohne mathematische Details - einige grundsätzliche Beobachtungen über die Ausfallkorrelationen ableiten[28]:

- Die Ausfallkorrelation ist immer kleiner als die Asset Correlation, wobei beide das gleiche Vorzeichen haben. Je höher z.B. die Asset Correlation ist, desto höher ist die Ausfallkorrelation. Wenn bei einer hohen Asset Correlation die eine Firma in Konkurs gerät, da ihr Firmenwert gefallen ist, ist es wahrscheinlich, dass auch der Wert der anderen Firma gesunken ist und damit wesentlich näher am Default-Schwellenwert *S* liegt.
- Die Ausfallkorrelation innerhalb einer Branche ist in der Regel wesentlich kleiner als 1. Selbst bei einer Asset Correlation von 1 fallen nicht sämtliche Firmen aus, wenn eine einzelne Firma ausfällt. Auch bei gleichgerichteter Entwicklung der Firmenwerte bleiben die individuellen PD-Werte entscheidend und damit die Frage, wie weit die Firma von einem möglichen Ausfall entfernt ist.
- Ausfallkorrelationen zwischen Schuldnern mit hoher Bonität tendieren gegen Null, wogegen solche zwischen bonitätsschwachen Firmen relativ hoch sein können.

Tab. 4.6 *Paarweise Ausfallkorrelationen bei Asset Correlation von 0.2*

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	0.00						
AA	0.00	0.00					
A	0.00	0.00	0.00				
BBB	0.00	0.00	0.01	0.01			
BB	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02		
B	0.00	0.01	0.01	0.02	0.04	0.06	
CCC	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.08	0.12

Tab. 4.7 *Paarweise Ausfallkorrelationen bei Asset Correlation von 0.4*

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	0.00						
AA	0.00	0.01					
A	0.00	0.02	0.03				
BBB	0.00	0.02	0.03	0.04			
BB	0.00	0.03	0.04	0.05	0.08		
B	0.00	0.03	0.04	0.06	0.10	0.14	
CCC	0.00	0.02	0.03	0.05	0.09	0.16	0.24

[28] Vgl. *Zhou, Chunsheng:* Default Correlation – An Analytical Result, Working Paper, Federal Reserve Board, Washington, May 1, 1997.

4.4.2 Sektorkorrelationen

Wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben, integriert Credit Analyzer die Abhängigkeit der Schuldner *innerhalb* eines Sektors über sogenannte Faktorsensitivitäten, die das sektorspezifische systematische Risiko abbilden. In einer zweiten Stufe werden dann die Korrelationen *zwischen* den einzelnen Sektoren modelliert. Die Sektorkorrelationen erfassen diejenigen makroökonomischen Entwicklungen, die sektorübergreifend wirken und sich noch nicht in den sektorspezifischen Asset Correlations niedergeschlagen haben. So reagieren z.B. viele Branchen eines Landes in ähnlicher Weise auf Veränderungen des Bruttoinlandprodukts, der Zinsen etc.

In der Regel wird als Sektorkriterium die Branche gewählt, wovon wir im Folgenden ausgehen. Alternativ wäre z.B. auch eine Integration der systematischen Risiken nach Regionen oder Ländern möglich. Die empirische Bestimmung der Sektorkorrelationen setzt voraus, dass genügend lange sektor- bzw. branchenspezifische Zeitreihen von Ausfällen vorliegen. Dies bedingt, dass eine Bank ihre Kunden mit einem Branchencode versehen hat und das Datawarehouse die Aufzeichnung der Ausfälle innerhalb einer Branche erlaubt.

In Credit Analyzer sind die Exposures mit einem (Wirtschafts-)Sektor zu indexieren und es ist eine Matrix für die Sektorkorrelationen zu erfassen. Im Folgenden beleuchten wir, wie sich die Sektorsensitivitäten und die Sektorkorrelationen in Credit Analyzer kalibrieren lassen.

4.4.3 Kalibrierung der Korrelationsstruktur

Die theoretisch beste Methode besteht darin, die Sektorsensitivitäten und die Korrelationsmatrix aufgrund der historischen Ausfallraten der einzelnen Wirtschaftssektoren zu kalibrieren. Zu diesem Zweck müssen bankintern die historischen Ausfälle in den einzelnen Branchen bekannt sein. Alternativ kann in gewissen Ländern auch auf Zeitreihen aus öffentlich zugänglichen Konkursstatistiken oder von Ratingagenturen zurückgegriffen werden.[29]

Zur Illustration zeigen wir die Kalibrierungsmethode am Beispiel sektorspezifischer Ausfallraten und Volatilitäten von Standard & Poor's. Ausgangslage für Tabelle 4.8 sind die publizierten, branchenspezifischen Zeitreihen der Ausfallraten. Daraus haben wir für jeden Wirtschaftssektor als Kalibrierungsinput die durchschnittliche Ausfallrate sowie deren empirische Volatilität berechnet.

[29] Siehe zum Folgenden auch die Kalibrierungsmethode in Kapitel 5 von *Löffler, Gunter / Posch, Peter N.:* Credit risk modeling using Excel and VBA, London 2007.

Tab. 4.8 *Kalibrierung Sektorgewichte*

	Aerospace / automotive / capital goods / metal	Consumer / service sector	Energy and natural resources	Financial Institutions	Forest and building products / homebuilders	Health care / chemicals	High technology / computers / office equipment	Insurance	Leisure time / media	Real estate	Telecommunications	Transportation	Utility
Mittlere Ausfallrate	2.17%	2.40%	2.02%	0.64%	1.87%	1.24%	1.64%	0.60%	2.77%	1.19%	2.18%	2.00%	0.42%
Empirische Volatilität	2.09%	1.75%	2.16%	0.79%	2.27%	1.37%	1.68%	1.05%	2.55%	2.73%	4.26%	1.76%	0.87%
JPD	0.091%	0.088%	0.087%	0.010%	0.086%	0.034%	0.055%	0.015%	0.142%	0.089%	0.229%	0.071%	0.009%
Asset Correlation	0.13	0.08	0.15	0.13	0.17	0.13	0.13	0.21	0.13	0.34	0.35	0.11	0.23
Sektorgewicht	0.3556	0.2879	0.3827	0.3622	0.4160	0.3642	0.3582	0.4535	0.3585	0.5871	0.5914	0.3272	0.4799

Quelle: *Standard & Poor's:* Annual 2005 Global Corporate Default Study And Rating Transitions, Table 7: Annual Default Rates by Industry.

Aus diesen Parametern lassen sich nun die *Sektorgewichte bzw. Asset Correlations* bestimmen. Dazu setzen wir in (4.16) und (4.17) die historische durchschnittliche Ausfallrate PD_S des Sektors sowie deren Volatilität $\hat{\sigma}_S$ ein und erhalten nach Umformen den folgenden Zusammenhang[30]:

$$JPD\left(PD_S, PD_S, r_S\right) = \hat{\sigma}_S^2 + PD_S \cdot PD_S \tag{4.20}$$

Die gesuchte Sektorsensitivität $\sqrt{r_S}$ lässt sich damit als eine Funktion der empirischen Parameter PD_S und $\hat{\sigma}_S$ beschreiben:

$$\sqrt{r_S} = f\left(PD_S, \hat{\sigma}_S\right) \tag{4.21}$$

Die einzige Unbekannte in Gleichung (4.20) ist die (durchschnittliche) Asset Correlation r_S zwischen zwei Schuldnern des gleichen Sektors, die sich numerisch bestimmen lässt.

Neben den Sektorsensitivitäten benötigen wir zusätzlich die Korrelationen *zwischen* den Sektoren. Dazu müssen wir die empirische Korrelationsmatrix der Sektorausfälle kennen, die sich aus den Zeitreihen der Ausfallraten ergibt und in Tabelle 4.9 gezeigt ist.

[30] Eine ausführliche mathematische Herleitung ist zu finden bei *Bluhm, Christian et al.:* An Introduction to Credit Risk Modeling, 2003, S. 113 - 119.

***Tab. 4.9** Empirische Korrelationen der Sektorausfälle*

	Aerospace / automotive / capital goods / metal	Consumer / service sector	Energy and natural resources	Financial Institutions	Forest and building products / homebuilders	Health care / chemicals	High technology / computers / office equipment	Insurance	Leisure time / media	Real estate	Telecommunications	Transportation	Utility
Aerospace / automotive / capital goods / metal	1												
Consumer / service sector	0.53	1											
Energy and natural resources	0.27	-0.18	1										
Financial Institutions	0.23	0.46	-0.27	1									
Forest and building products / homebuilders	0.43	0.78	-0.01	0.42	1								
Health care / chemicals	0.65	0.56	0.27	0.11	0.25	1							
High technology / computers / office equipment	0.56	0.54	0.11	0.29	0.59	0.26	1						
Insurance	-0.05	0.05	0.09	-0.02	0.07	-0.07	-0.16	1					
Leisure time / media	0.39	0.62	-0.08	0.64	0.74	0.24	0.43	-0.01	1				
Real estate	0.02	0.30	-0.25	0.73	0.42	-0.27	0.35	-0.03	0.70	1			
Telecommunications	0.70	0.38	0.01	0.08	0.35	0.46	0.28	-0.05	0.27	-0.12	1		
Transportation	0.44	0.65	0.03	0.18	0.74	0.41	0.41	0.16	0.62	0.20	0.42	1	
Utility	0.43	0.22	0.07	0.16	0.33	0.24	0.15	0.07	0.22	-0.01	0.82	0.37	1

Setzen wir in (4.16) die empirischen Werte zweier repräsentativer Schuldner der Sektoren s_1 und s_2 ein und lösen wir nach JPD auf, erhalten wir

$$JPD\left(PD_{s1}, PD_{s2}, r_{1,2}\right) = \hat{\rho}_{s1,s2} \cdot \hat{\sigma}_{s1} \cdot \hat{\sigma}_{s2} + PD_{s1} \cdot PD_{s2} \quad \textbf{(4.22)}$$

Die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit *JPD* von zwei durchschnittlichen Schuldnern in Sektor 1 und 2 kann über die empirische Korrelation $\hat{\rho}$ ihrer Sektorausfälle, deren Volatilität sowie die durchschnittliche Ausfallrate PD_{s1} und PD_{s2} der beiden Sektoren berechnet werden. Die rechte Seite der Gleichung besteht nur aus beobachtbaren Variablen, so dass sich mit einem numerischen Verfahren wiederum die Asset Correlation $r_{1,2}$ zwischen zwei Schuldnern der Sektoren 1 und 2 herausfiltern lässt. Die Asset Correlation von zwei Schuldnern verschiedener Sektoren lässt sich zudem als Produkt aus den Sektorsensitivitäten und der nicht-beobachtbaren Sektorkorrelation $\rho_{s1,s2}^{Sector}$ berechnen:

$$r_{1,2} = \sqrt{r_1} \cdot \sqrt{r_2} \cdot \rho_{s1,s2}^{Sector} \quad \textbf{(4.23)}$$

so dass wir nun die gesuchte Sektorkorrelation wie folgt erhalten:

$$\rho_{s1,s2}^{Sector} = \frac{r_{1,2}}{\sqrt{r_1} \cdot \sqrt{r_2}} \quad \textbf{(4.24)}$$

Tab. 4.10 *Sektorkorrelationsmatrix*

	Aerospace / automotive / capital goods / metal	Consumer / service sector	Energy and natural resources	Financial Institutions	Forest and building products / homebuilders	Health care / chemicals	High technology / computers / office equipment	Insurance	Leisure time / media	Real estate	Telecommunications	Transportation	Utility
Aerospace / automotive / capital goods / metal	1												
Consumer / service sector	0.58	1											
Energy and natural resources	0.33	-0.24	1										
Financial Institutions	0.30	0.53	-0.43	1									
Forest and building products / homebuilders	0.50	0.83	-0.02	0.51	1								
Health care / chemicals	0.71	0.62	0.34	0.16	0.32	1							
High technology / computers / office equipment	0.62	0.59	0.15	0.37	0.66	0.33	1						
Insurance	-0.07	0.08	0.14	-0.04	0.12	-0.12	-0.28	1					
Leisure time / media	0.45	0.67	-0.11	0.71	0.79	0.30	0.49	0.00	1				
Real estate	0.04	0.42	-0.59	0.83	0.56	-0.71	0.47	-0.05	0.82	1			
Telecommunications	0.80	0.48	0.02	0.14	0.46	0.57	0.38	-0.09	0.36	-0.32	1		
Transportation	0.50	0.69	0.05	0.24	0.79	0.48	0.47	0.23	0.66	0.29	0.53	1	
Utility	0.56	0.31	0.13	0.26	0.46	0.36	0.23	0.15	0.33	-0.03	0.89	0.50	1

Die kalibrierte Matrix der Sektorkorrelationen ergibt sich, wenn wir die Schritte in Gleichungen (4.21) - (4.24) für alle Sektorpaare wiederholen. Tabelle 4.10 enthält die gesuchte Korrelationsmatrix.

Im Gegensatz zum Ratinguniversum von Standard & Poor's mit kapitalmarktfähigen Schuldnern weist ein länderspezifisches Kreditportfolio im Durchschnitt höhere Korrelationen auf, da alle Sektoren von ähnlichen systematischen Risiken betroffen sind und die Diversifikationseffekte dadurch geringer sind. Aus demselben Grund dürften insbesondere negative Korrelationen eher selten sein.

Die durchschnittliche Sektorkorrelation in einem typischen Kreditportfolio ist im Allgemeinen relativ hoch und liegt irgendwo zwischen 0.5 und 0.9. Die Schätzung von Sektorkorrelationen kann natürlich umgangen werden, indem die Korrelationsmatrix mit einer durchschnittlichen Korrelation (z.B. 0.7) erfasst wird. Die Aufschlüsselung nach branchenspezifischen Konzentrationen im Portfolio ist dann aber weit weniger differenziert.

5. Bestimmung des Credit Value at Risk

Der Unexpected Loss ist ein Mass für die Streuung der potenziellen Verluste um den Expected Loss. Es ist aber wichtig, über diese Standardabweichung hinaus angeben zu können, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Verlusthöhe eintritt. Der maximale Verlust innerhalb eines bestimmten Konfidenzintervalls wird dabei als *Credit Value at Risk (Credit VaR)* bezeichnet. Aus Sicht des Kreditrisikomanagements ist es von entscheidender Bedeutung, die Wahrscheinlichkeit extremer Verluste quantifizieren und daraus das ökonomisch notwendige Risikokapital (oder Economic Capital) ableiten zu können. Dieses muss unerwartete Verluste absorbieren können und stellt so einen Puffer gegen eine drohende Insolvenz der Bank dar.

Wir haben in Abbildung 1.3 gezeigt, dass Kreditverluste nicht normal-, sondern rechtsschief verteilt sind. Selbst in einem diversifizierten Kreditportfolio steigt die Verlustwahrscheinlichkeit zunächst stark an, fällt dann aber nur sehr langsam ab. Aus dieser asymmetrischen Verteilung der Kreditverluste ergibt sich für die Bank im Gegensatz zur Normalverteilung ein wesentlich signifikanteres Risiko extrem hoher Verluste. Aus diesem Grund ist die bei Marktrisiken häufig anzutreffende Annahme der Normalverteilung bei Kreditrisiken nicht möglich.

5.1 Verlustverteilung im Einfaktormodell

Das in Credit Analyzer implementierte Einfaktormodell ist eine Weiterentwicklung des Portfolioansatzes, der dem auf internen Ratings basierenden Ansatz (IRB) von Basel III zugrunde liegt.[31] Die Grundidee des IRB-Ansatzes ist die Aufteilung des Portfoliorisikos in eine systematische und eine unsystematische Komponente, wobei davon ausgegangen wird, dass die Bonität der Schuldner nur von *einem* (systematischen) Risikofaktor abhängt.

Die Aufteilung des Risikos in eine systematische und eine unsystematische Komponente erlaubt es im Einfaktormodell, die Verlustverteilung des *systematischen* Risikos mit einer analytischen Funktion exakt zu berechnen.[32] Diese gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein bestimmter Schuldner in Abhängigkeit von einem systematischen Risikofaktor X ausfällt.[33] Der Risikofaktor X repräsentiert die wirtschaftlich guten und schlechten Jahre und beeinflusst damit auch die Entwicklung des Firmenwerts eines Schuldners. X wird als Zufallsvariable modelliert, die einer Standardnormalverteilung folgt. Tiefere X-Werte bedeuten ein höheres Risiko (bzw. eine schlechtere Wirtschaftslage). Für einen bestimmten Wirtschaftszustand X beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls dann

$$PD_i(X) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{r_i}\,X}{\sqrt{(1-r_i)}}\right) \tag{5.1}$$

[31] Siehe *Meier, Christian:* Die Risikotreiber in einem Kreditportfolio, in: Der Schweizer Treuhänder, 4/2004.

[32] Eine sehr lesenswerte Einführung in Faktormodelle ist *Schönbucher, Philipp:* Factor Models for Portfolio Credit Risk, December 2000, Department of Statistics, Bonn University.

[33] Vgl. zum Folgenden *Koyluoglu, Ugur / Hickman, Andrew:* Reconcilable Differences, in: Risk, October 1998, S. 56 – 61.

wobei r_i die Asset Correlation eines Schuldners *i* mit dem systematischen Risikofaktor *X* beschreibt. Die Wurzel aus *r* entspricht dann der Sensitivität bezüglich des systematischen Risikos. *N()* ist die Funktion einer kumulativen Standardnormalverteilung und $N^{-1}()$ deren inverse Funktion.

Der Beitrag eines Schuldners oder Portfoliosegments zum systematischen Credit VaR lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$CreditVaR_{i_{systematic}} = CE_i \cdot LGD_i \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{r_i}X}{\sqrt{(1-r_i)}}\right) \tag{5.2}$$

Bei einem Konfidenzniveau von 99.9% wäre für *X* z.B. ein Wert von -3.09 einzusetzen. In diesem Fall liegt ein Wirtschaftsszenario vor, das nur noch in 0.1% der Fälle schlechter ausfällt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit *PD* sowie die Faktorsensitivität $\sqrt{r}$ sind explizite Modellinputs.

Das Einfaktormodell weist die interessante Eigenschaft auf, dass sich die systematischen Beiträge der einzelnen Schuldner addieren lassen[34]:

$$CreditVaR_{P_{systematic}} = \sum_{i=1}^{n} CreditVaR_{i_{systematic}} \tag{5.3}$$

Je höher die Anzahl Schuldner und je homogener das Portfolio ist, desto schneller konvergiert der systematische Credit VaR zum «wahren» Credit Value at Risk. Besonders augenfällig ist dies bei Retailportfolios von Automobilbanken, Kreditkartenorganisationen oder Telekommunikations-Gesellschaften, bei denen das unsystematische Risiko aufgrund der sehr hohen Schuldnerzahl (fast) vollständig wegdiversifiziert wird.[35]

Ein aus einer ungenügenden Granularität des Portfolios resultierendes Konzentrationsrisiko ist zum systematischen Credit VaR zu addieren. Die *Granularitätsadjustierung* berücksichtigt, dass die Volatilität der Verluste eines Portfolios mit wenigen, aber grossen Krediten höher ist, als wenn es viele kleine Kredite enthält. Die unsystematische Komponente des Credit VaR lässt sich jedoch nicht mit einer exakten analytischen Formel wie beim systematischen Risiko herleiten. Im Rahmen der Diskussion um den IRB-Ansatz des Basler Komitees sind darum verschiedene Approximationsverfahren für die Berücksichtigung der Granularität diskutiert worden. Unsere Tests haben gezeigt, dass die folgende Approximation zu einer guten Annährung an den «wahren» Credit VaR des Portfolios führt:

$$CreditVaR_{P_{One-Factor}} = CreditVaR_{P_{systematic}} \times \sqrt{\frac{UL^2_{P_{One-Factor}}}{UL^2_{P_{One-Factor\,syst}}}} \tag{5.4}$$

[34] Dies ist möglich, weil die Risikobeiträge gegeben ein bestimmter Wirtschaftszustand *X* voneinander (bedingt) unabhängig sind. Siehe dazu: *Finger, Christopher:* Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions, in: CreditMetrics Monitor, April 1999.

[35] *Haupt, Gerhard / Henkel, Jan:* Kreditrisiko-Berechnungen für das Retail-Portfolio einer Automobilbank, in: BIT, Universität Regensburg, März 2001, S. 66 - 73, zeigen dies am Beispiel der BMW Bank.

Alternativ lässt sich eine Approximation 1. Ordnung für die Granularitätsadjustierung auch streng mathematisch herleiten (vgl. Anhang 7). Die Formel setzt aber homogene Portfolios voraus, deren Transaktionen gleich hohe PD, LGD und Asset Correlations aufweisen. Sie wird deshalb in Credit Analyzer nicht verwendet.

Die in (5.4) gezeigte Variante der Skalierung des systematischen Credit VaR mit den Standardabweichungen lässt sich auch bei komplexeren Portfolios und Korrelationsstrukturen verwenden. Die Granularitätsadjustierung gemäss Gleichung (A 7.2) führt tendenziell eher zu einer Unterschätzung, diejenige gemäss (5.4) eher zu einer Überschätzung des Credit VaR. Empirische Tests zeigen, dass man diesen Effekt korrigieren kann, wenn die Granularitätsadjustierung in (5.4) mit 0.8 skaliert wird.

Das nachfolgende Beispiel zeigt den Credit VaR für verschiedene Konfidenzniveaus, wie er sich mit Formel (5.4) ergibt. Als Benchmark sind die Risikowerte aufgeführt, die bei gleicher Parametrierung mit einer Monte Carlo Simulation resultieren.[36]

Beispiel 5.1 Credit Value at Risk im Einfaktormodell

	Systematisches Risiko + Granularität		
	Skalierung mit UL (Gleichung 5.4)	**1. Order Approx.** Gleichung (A 7.2)	**Monte Carlo Simulation**
Credit Exposure Total	16'000	16'000	16'000
EL	120	120	120
UL Einfaktormodell	94	94	94
Credit VaR 99.50%	521	468	505
Credit VaR 99.90%	674	605	648
Credit VaR 99.97%	793	711	764

Die Skalierung mit dem systematischen UL führt zu einer Abweichung vom simulierten Credit VaR in der Grössenordnung von 3 - 4%, die Approximation 1. Ordnung zu einer solchen von rund 7%. Das Ausmass der Abweichung hängt von der Höhe des unsystematischen Risikos ab, das in diesem Beispiel rund 10% zum Credit VaR beiträgt. Die analytischen Verfahren eignen sich deshalb nur bei Portfolios, die eine relativ geringe Exposurekonzentration aufweisen. In diesen Fällen bewegen sich die Abweichungen dann häufig deutlich unter 1%, und dies bei teilweise hohen Vorteilen bei der Rechengeschwindigkeit.

[36] Der Einfaktor-Ansatz weist eine vergleichsweise einfache Korrelationsstruktur auf, so dass es möglich ist, verschiedene Kreditrisikomodelle einheitlich zu parametrieren. Differenzen in den Modellen zeigen sich dann in unterschiedlichen Credit VaR-Werten, während der erwartete und unerwartete Verlust jeweils übereinstimmt.

5.2 Verlustverteilung im Mehrfaktormodell

Das Mehrfaktor-Modell geht nicht mehr davon aus, dass nur ein Faktor das Portfolio beeinflusst. Die einzelnen Transaktionen werden hier einem bestimmten Sektorindex zugeordnet, und es werden die Korrelationen zwischen diesen Sektoren modelliert. Dabei sind die Schuldner *i* nach den folgenden Kriterien zu gruppieren:

- Exposure (CE), Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) und Verlustquote (LGD)
- Zugehörigkeit zu einem Sektor mit Index *s*
- Sensitivität $\sqrt{r_{is}}$ eines Schuldners *i* bzgl. dem systematischen Risikofaktor X_s

Das Mehrfaktormodell lässt sich in ein Einfaktormodell überführen, wenn alle Sektorkorrelationen auf Eins gesetzt werden.

Im Mehrfaktormodell stehen gemäss Abbildung 5.1 drei Methoden zur Verfügung, um den Credit Value at Risk bzw. die Verlustverteilung zu bestimmen. Wie die Abbildung zeigt, weisen die drei Verfahren unterschiedliche Trade-offs bezüglich Rechengenauigkeit und Rechengeschwindigkeit auf, die jeweils vor dem Hintergrund der realen Portfoliozusammensetzung gegeneinander abzuwägen sind.

Abb. 5.1 Methoden zur Bestimmung der Verlustverteilung in Credit Analyzer

Steigende Genauigkeit

Steigende Geschwindigkeit

A.1 Monte Carlo Simulation (undiversifizierte Portfolios)
1. Simulation Makroszenario (systematisches Risiko)
2. Gegeben das Makroszenario, Ausfallsimulation für jeden Kunden
3. Falls Kunde in diesem Szenario ausfällt, Simulation von LGD

A.2 Monte Carlo Simulation (diversifizierte Portfoliosegmente)
1. Simulation Makroszenario
2. Gegeben das Makroszenario, Simulation der Anzahl Ausfälle (binomialverteilt)
3. Für jeden Ausfall: Simulation des LGD unter Annahme gleich hoher Exposures

B Simulation systematisches Risiko + Granularitätsadjustierung
1. Simulation Makroszenario
2. Approximation des unsystematischen Risikos

C Analytische Ansätze
1. Berechnung Credit VaR unter Annahme einer bestimmten Verlustverteilung

Im **Ansatz A** wird sowohl das systematische als auch das unsystematische Risiko mit einer Monte Carlo Simulation bestimmt. In einem ersten Schritt werden für die einzelnen Sektoren mit einer Monte Carlo Simulation korrelierte Wirtschaftszustände X_s generiert. Setzen wir für jeden Schuldner das entsprechende X_s in Gleichung (5.5) ein, erhalten wir seine (bedingte) Ausfallwahrscheinlichkeit in diesem Makroszenario mit

$$PD(X) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{r_{is}}X_s}{\sqrt{(1-r_{is})}}\right) \tag{5.5}$$

Gegeben eine Realisierung von Makroszenarien für alle Sektoren, sind die Ausfälle im Portfolio dann voneinander unabhängig. Ob ein Schuldner ausfällt oder nicht lässt sich dann über eine Zufallszahl simulieren, die binomialverteilt ist.

- In **Variante A1** setzt die Ausfall-Simulation gegeben *PD(X)* auf Ebene der Transaktionen an. Dies kann bei sehr grossen Portfolios aber zu relativ langen Rechenzeiten führen. Fällt ein Schuldner in einem bestimmten Makroszenario aus, ist zusätzlich der Loss Given Default zu simulieren.

- Falls ein homogenes Teilportfolio (gleiche PD, LGD und Sektorzugehörigkeit) ähnlich hohe Exposures beinhaltet, stellt **Variante A2** bei der Simulation des Ausfalls und des unsystematischen Risikos ein abgekürztes Verfahren bereit. Falls ein Teilportfolio keine wesentlichen Exposure-Konzentrationen aufweist, wird zunächst die (binomialverteilte) Anzahl Ausfälle simuliert. Für jeden der simulierten Ausfälle wird nun von einem durchschnittlichen Exposure ausgegangen und ein Loss Given Default simuliert.

Der Credit Value at Risk auf einem bestimmten Konfidenzniveau lässt sich bei beiden Varianten dann aus der Häufigkeitsverteilung der Portfolioverluste ableiten, die in allen simulierten Wirtschaftsszenarien aufgetreten sind.

Der **Ansatz B** ist eine konsequente Weiterentwicklung des Einfaktormodells. Für die einzelnen Risikofaktoren X_u werden wie bei Methode A mit einer Monte Carlo Simulation korrelierte Wirtschaftszustände generiert, die nach Einsetzen in Gleichung (5.6) für jede einzelne Transaktion einen bestimmten Verlust ergeben. Die Addition dieser Verluste führt zum (systematischen) Portfolioverlust in diesem einen Szenario:

$$Loss_{P_{syst}} = \sum_i CE_i \cdot LGD_i \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{r_{is}}X_s}{\sqrt{(1-r_{is})}}\right) \tag{5.6}$$

Das unsystematische Risiko bzw. die Granularitätsadjustierung kann nun wiederum mit einer Approximation aus dem systematischen Risikoprozess bestimmt werden. Wie im Einfaktor-Modell lässt sich das simulierte, systematische Verlustszenario mit dem in (5.4) gezeigten Granularitätsfaktor skalieren, um zum gesamten Verlust zu gelangen:

$$Loss_P = Loss_{P_{syst}} \times \sqrt{\frac{UL^2_{P_{Multi-Factor}}}{UL^2_{P_{Multi-Factor\,syst}}}} \tag{5.7}$$

Der Credit Value at Risk wird auch bei dieser Methode aus der Häufigkeitsverteilung der Portfolioverluste abgeleitet.

Ansatz C besteht darin, die Verlustverteilung analytisch zu bestimmen, indem der erwartete und unerwartete Verlust als Parameter einer bestimmten Verlustverteilung angenommen werden. Hinter der Berechnung des Expected und Unexpected Loss steht nämlich keine Annahme über die Wahrscheinlichkeitsverteilung, die zu diesen Risikomassen führt. Würden die Kreditverluste einer *Normalverteilung* folgen, läge der maximale Verlust (Credit Value at Risk), der mit einer Wahrscheinlichkeit von z.B. 99.9% nicht überschritten wird, rund 3 Standardabweichungen vom Expected Loss entfernt. Setzen wir als Unexpected Loss den Wert 91.2 aus Beispiel 4.2 ein, ergäbe sich der Credit Value at Risk mit 91.2 x 3.09 = 281.8.

Um den Credit Value at Risk für ein beliebiges Konfidenzniveau zu bestimmen, stehen in Credit Analyzer drei Verteilungen zur Verfügung, die auch eine schiefe Charakteristik annehmen können: die Beta-, Gamma- und Lognormalverteilung. Ausgehend von dem in Gleichung (3.2) bzw. (4.13) berechneten Expected und Unexpected Loss des Portfolios leitet Credit Analyzer die Parameter her, welche die Form und Rechtsschiefe der gewählten Verteilung definieren. Die Fläche unter der Verlustverteilung beinhaltet dann die Information bezüglich der Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Verlusthöhe.

Die volle Simulation der Verlustverteilung nach Methode A als auch der semi-analytische Ansatz gemäss Methode B führt bei realen Portfolios in aller Regel zu einer wesentlich genaueren Bestimmung des Credit Value at Risk als die parametrischen Ansätze.

5.3 Credit Value at Risk und Risk Capital

Beispiel 5.2 zeigt den Credit VaR auf verschiedenen Konfidenzniveaus. Die Korrelation zwischen den drei Sektoren des Beispielportfolios ist wie bei der Berechnung des UL in Beispiel 4.2 konstant 0.75.

Beispiel 5.2 Credit Value at Risk (Mehrfaktormodell)

	Simulation	**Semi-Analytisch**	**Lognormal**	**Gamma**
Credit VaR 99.00%	428	443	459	425
Credit VaR 99.50%	484	503	544	478
Credit VaR 99.90%	621	640	770	600
Credit VaR 99.97%	731	753	969	689

Aus Sicht des Risikomanagements sind vor allem die Perzentile ab 99.9% zentral. Beispiel 5.2 zeigt, dass die parametrischen Verteilungen auf höheren Konfidenzniveaus signifikant von den simulierten Ergebnissen abweichen. Ihr Einsatz ist somit nur dort sinnvoll, wo sich eine Bank mit einem relativ tiefen Konfidenzniveau begnügt.

Die Differenz zwischen dem Credit VaR und dem Expected Loss stellt das ökonomisch notwendige Risikokapital dar, mit dem das Portfolio zu unterlegen ist:

$$Risk\,Capital = CreditVaR - EL_P \qquad \textbf{(5.10)}$$

Die erwarteten Verluste (EL) sollten in den Kreditkonditionen enthalten sein, um entsprechende Verluste über das Nettozinseinkommen auffangen zu können.

Um ein angemessenes Risikokapital zu haben, sollte eine Bank ein Konfidenzniveau wählen, das mit ihrem angestrebten Kreditrating übereinstimmt.[37] Dies ist deshalb so, weil ein bestimmtes Rating wiederum Ausdruck der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Bank ist.

Tab. 5.1 *Konfidenzniveaus für den Credit Value at Risk*

Angestrebtes Rating	PD	Konfidenzniveau
AAA	0.00%	99.99%
AA	0.02%	99.98%
A	0.08%	99.92%
BBB	0.25%	99.75%

Die aufgeführten PD-Werte von Standard & Poor's entsprechen denjenigen in Tabelle 3.1. Wenn eine Bank beispielsweise ein Rating A anstrebt, sollte ihr Risk Capital gemäss Tabelle 5.1 in 99.92% der Fälle genügen, um Verluste aus Kreditrisiken aufzufangen. Die Wahrscheinlichkeit eines Konkurses der Bank beträgt dann lediglich noch 0.08% entsprechend der Wahrscheinlichkeit, dass ein Verlust höher ist als der Credit VaR. Im Fall eines angestrebten Ratings von AAA und AA lässt sich das notwendige Konfidenzniveau aufgrund der sehr tiefen Ausfallwahrscheinlichkeit nur ungefähr angeben.

Die Wahl des Konfidenzniveaus ist eine der wichtigsten Entscheidungen des Kreditrisikomanagements. Eine vom Basler Komitee durchgeführte Befragung bei Banken hat Konfidenzbereiche von 99 - 99.98% ergeben, wobei sich die Mehrheit der Institute in der Mitte (d.h. 99.50%) trifft.[38] Dem IRB-Ansatz in Basel III liegt implizit ein Konfidenzniveau von 99.90% zugrunde.[39]

5.4 Inkrementelle Risikobeiträge

Die aktive Steuerung des Kreditportfolios und eine risikoorientierte Preisgestaltung ist nur möglich, wenn eine Bank weiss, welche Transaktionen oder Portfoliosegmente einen wie grossen Beitrag zum gesamten Risiko leisten.[40]

In Credit Analyzer wird der UL_P deshalb nach Wirtschaftssektoren und Ratingklassen aufgeschlüsselt. Die Risk Contribution *RC* eines Portfoliosegments *i* kann mathematisch als dessen Beitrag an den Unexpected Loss des Portfolios beschrieben werden (siehe *Anhang 5*):

$$RC_i = \frac{UL_{i_{syst}} \sum_j UL_{j_{syst}} \rho_{ij}^{Sector}}{UL_P} + \frac{\sum_{k \in i} UL_{k_{unsyst}}^2}{UL_P} \tag{5.11}$$

---

37 *Ong, Michael K.:* Internal Credit Risk Models, 1999, S. 168f.

38 *Basel Committee on Banking Supervision:* Credit Risk Modelling – Current Practices and Applications, Basel 1999.

39 *Basel Committee on Banking Supervision:* International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, June 2004, S. 72 und S. 82.

40 Eine sehr gute Übersicht über die verschiedenen Methoden, Risikobeiträge zu bestimmen, bietet *Koyluoglu, Ugur / Stoker, Jim:* Honour your contribution, in: Risk, April 2002, S. 90 - 94.

Aus dem rechten Term von Gleichung (5.11) geht hervor, dass der Risikobeitrag des Segments *i* umso höher ist, je grösser dessen Unexpected Loss UL_i und je höher die Sektorkorrelation ρ_{ij} mit den anderen Portfoliosegmenten ist.

Die Summe der Risikobeiträge aller *n* Portfoliosegmente aggregiert sich zum Unexpected Loss des gesamten Portfolios, oder

$$UL_P = \sum_{i=1}^{n} RC_i \qquad \textbf{(5.12)}$$

Die Analyse der einzelnen Risikobeiträge gibt somit an, wie viel die verschiedenen Branchen und Risikoklassen unter Berücksichtigung der Ausfallkorrelationen zum Unexpected Loss des Portfolios beisteuern. Beispiel 5.3 zeigt die Risikobeiträge der drei Portfoliosegmente zum gesamten Unexpected Loss.

Beispiel 5.3 Berechnung Risk Contribution

	A	B	C	Portfolio
Risk Contribution (Einfaktormodell)	4.3	11.1	78.9	94.3
Risk Contribution (Mehrfaktormodell)	3.4	9.2	78.6	91.2

Für das Portfoliomanagement ist es wichtig zu wissen, wie hoch die Risikobeiträge einzelner Segmente im Verhältnis zu ihrem Exposure (CE) sind. Tabelle 5.2 zeigt, dass das Segment C 86.2% zum gesamten Unexpected Loss beisteuert, aber nur 78.1% Exposure bringt. Es ist klar, dass Massnahmen der Risikosteuerung insbesondere in diesem Segment anzusetzen haben.

Tab. 5.2 *Unexpected Loss (Mehrfaktormodell) vs. Exposures*

		Rating	
Sector	Daten	1	Gesamtergebnis
A	UL total	3.7%	3.7%
	CE	6.3%	6.3%
B	UL total	10.1%	10.1%
	CE	15.6%	15.6%
C	UL total	86.2%	86.2%
	CE	78.1%	78.1%
Gesamt: UL total		100.0%	100.0%
Gesamt: CE		100.0%	100.0%

In Credit Analyzer kann das Portfoliorisiko nach verschiedenen Dimensionen aufgeschlüsselt werden, so z.B. nach dem Exposure, Expected Loss, Unexpected Loss, UL systematisch und UL unsystematisch.

Die Kenntnis der Risikobeiträge ist für das Kreditportfoliomanagement von entscheidender Bedeutung. Tabelle 5.3 zeigt ein Portfolio, das in einigen Branchen (Bau, Gastgewerbe, Immobilien) eine deutliche Risikokonzentration aufweist. Diese Information erlaubt es dem Portfoliomanager, Massnahmen für eine bessere Diversifikation einzuleiten. So kann sich eine Bank beispielsweise dafür entscheiden, in bestimmten Branchen neue Kredite nur noch ab einer bestimmten Risikoklasse zu vergeben oder ihr Exposure zu limitieren.

Tab. 5.3 *Risikobeiträge nach Branchen und Ratingklassen*

Unexpected Loss diversified	Rating						
Industry	1	2	3	4	5	6	Gesamtergebnis
Banken / Versicherungen	0.5%	0.9%	1.4%	1.7%	1.9%	0.6%	6.9%
Bauwirtschaft	0.1%	0.3%	0.7%	2.1%	3.6%	6.4%	13.1%
Bekleidungsindustrie / Textilindustrie	0.0%	0.0%	0.1%	0.3%	0.2%	0.9%	1.5%
Chemie	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	0.0%	0.3%
Elektrotechnik, Feinmechanik, Optik, Uhren und Bijouterie	0.0%	0.1%	0.4%	0.7%	1.4%	1.5%	4.2%
EW, Gas, Wasser und Umwelt	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Gastgewerbe	0.1%	0.5%	0.7%	2.7%	2.7%	7.3%	14.0%
Gesundheitswesen / übrige Dienstleistungen	0.1%	0.3%	0.7%	1.5%	2.2%	4.6%	9.4%
Handel	0.2%	0.7%	0.5%	0.8%	1.5%	1.3%	4.9%
Holz, Möbel und übriges Gewerbe	0.0%	0.1%	0.3%	0.9%	1.4%	3.3%	6.1%
Immobilien	0.1%	0.2%	0.5%	1.5%	2.4%	5.7%	10.4%
Kunststoff, Kautschuk und Leder	0.0%	0.0%	0.1%	0.2%	0.3%	0.5%	1.1%
Land- und Forstwirtschaft	0.0%	0.1%	0.1%	0.2%	0.5%	1.1%	2.0%
Maschinen, Apparate, Fahrzeuge	0.3%	0.3%	0.7%	1.0%	1.0%	3.4%	6.7%
Metallindustrie	0.0%	0.1%	0.3%	1.0%	1.3%	2.3%	5.0%
Nahrungs- und Genussmittel	0.0%	0.1%	0.1%	0.5%	0.8%	1.3%	2.8%
Papierindustrie / Graphik und Druck	0.0%	0.1%	0.2%	0.5%	2.2%	2.9%	5.9%
Steine, Erden, Bergbau	0.1%	0.2%	0.2%	0.4%	1.0%	1.2%	3.1%
Verkehr und Kommunikation	0.2%	0.2%	0.5%	0.7%	0.6%	0.6%	2.7%
Gesamtergebnis	1.7%	4.0%	7.7%	16.6%	25.1%	44.9%	100.0%

5.5 Marginale Risikobeiträge

Bei Krediterhöhungen oder Neugeschäften stellt sich die Frage, um wie viel ein neues Geschäft das Portfoliorisiko erhöht. Theoretisch entspricht dieser marginale Risikobeitrag der Differenz zwischen dem Risikokapital des Portfolios inklusive und demjenigen ohne den entsprechenden Kredit. Da es sich in der Praxis höchstens bei einem grossen Neugeschäft lohnt, das Portfoliorisiko vollständig neu zu berechnen, ist in Credit Analyzer eine analytische Lösung implementiert.

Das Risk Capital hängt gemäss Abbildung 1.3 von der (simulierten) Verlustverteilung sowie dem Konfidenzniveau ab und ist ein Vielfaches des UL_P, d.h.

$$Risk\ Capital = CM \times UL_P \tag{5.13}$$

wobei *CM* der Capital Multiplier ist, der wie folgt definiert wird:

$$CM = \frac{CreditVaR - EL_P}{UL_P} = \frac{Risk\ Capital}{UL_P} \tag{5.14}$$

In der Praxis interessiert nicht nur das Risikokapital auf Portfolioebene, sondern auch der marginale Risikobeitrag MRC_m eines neuen Kreditexposures *m*. Dazu berechnet Credit Analyzer zunächst, um wie viel der Unexpected Loss des Portfolios steigt, wenn diesem ein zusätzliches Exposure hinzugefügt wird (vgl. *Anhang 6*). Das marginale Risk Capital, mit dem die neue Transaktion ökonomisch zu unterlegen ist, entspricht dann dem Produkt aus UL-Veränderung und Capital Multiplier:

$$MRC_m = \left(UL_{P_{neu}} - UL_{P_{alt}}\right) \times CM \quad \textbf{(5.15)}$$

Dank der in *Anhang 6* dargestellten analytischen Berechnung des marginalen Risikokapitals ist es nicht notwendig, mit Credit Analyzer je eine Berechnung für das bestehende und das neue Portfolio durchzuführen. Es ist deshalb möglich, diesen Modellteil herauszulösen und dezentral in Pricing-tools oder RAPM-Systemen (Risk-adjusted Performance Measurement) einzubauen (siehe Kapitel 6).

In (5.15) wird der Capital Multiplier als konstant angenommen. Wenn der Credit VaR neu berechnet wird, verändert sich gemäss (5.14) aber auch der Capital Multiplier. Theoretisch kann sich deshalb mit jedem neuen Geschäft eine leichte Verschiebung im Capital Multiplier ergeben. Da sich die Portfoliozusammensetzung kurzfristig aber meistens nur geringfügig verändert, überwiegt der praktische Nutzen einer analytischen Lösung bei weitem.

5.6 Konzentrationsindikator

In Credit Analyzer lässt sich für eine neue Transaktion berechnen, ob diese die Diversifikationsqualität des Portfolios verbessert oder verschlechtert. Dies ist für ein aktives Portfoliomanagement eine sehr nützliche Information, die insbesondere bei grösseren Krediten und bestehenden Risikokonzentrationen im Portfolio zu qualitativ besseren Entscheidungen führt.

Der Konzentrationsindikator *CI* vergleicht den Diversifikationseffekt einer neuen Transaktion *m* mit demjenigen des bestehenden Portfolios[41]:

$$CI_m = \left(\frac{\dfrac{UL_{m_{marginal}}}{UL_m}}{\dfrac{UL_P}{\sum_i UL_i}} \right) - 1 \quad \textbf{(5.16)}$$

Der *marginale UL* der Transaktion *m* ergibt sich gemäss Gleichung 5.15 aus der Differenz zwischen dem Unexpected Loss des neuen und bestehenden Portfolios. Der nicht diversifizierte (standalone) UL_m kann mit Formel (4.3) berechnet werden. Die Summe aller UL_i entspricht dem Unexpected Loss des Portfolios vor Berücksichtigung aller Diversifikationseffekte.

Ein positiver Wert des Konzentrationsindex signalisiert, dass die Transaktion zu einer Erhöhung der Risikokonzentration führt und damit die Diversifikationsqualität des Portfolios verschlechtert (und umgekehrt). Diese Angabe erlaubt selbst dann eine risikoorientierte Steuerung des Portfolios, wenn die Bank noch keinen umfassenden RAROC-Ansatz implementiert hat. Dieser bezieht zusätzlich die Rentabilitätsebene mit ein und ist im folgenden Kapitel beschrieben.

---

41 Siehe *Koyluoglu, Ugur / Bangia, Anil / Garside, Thomas:* Devil in the parameters, in: Risk (Credit Risk Special Report), March 2000, S. 26 - 30.

6. Aktives Kreditportfoliomanagement

Einer der wichtigsten Trends im Kreditgeschäft ist die Abkehr vom reinen «Buy-and-Hold»-Ansatz, bei dem sich ein Kreditportfolio mehr oder weniger zufällig zusammensetzt, Risikokonzentrationen weder gemanagt werden noch in die Preisgestaltung einfliessen und die Kredite bis zur Rückzahlung im Portfolio bleiben. Ein umfassendes Portfoliomanagement würde voraussetzen, dass sich Kreditrisiken mit Kreditderivaten oder anderen Instrumenten auf Drittparteien transferieren lassen. Diese Instrumente und Märkte sind im klassischen Kreditgeschäft häufig noch wenig entwickelt oder überhaupt nicht verfügbar.[42] In diesem Kapitel zeigen wir deshalb drei Ansätze, mit denen sich das Kreditportfolio auch stark optimieren lässt, ohne dass eine Bank auf Kreditderivate zurückgreifen muss:

- Ein **Risk-adjusted Performance Measurement (RAPM)**, das die Deckungsbeiträge bzw. den Economic Profit nach Kunden und Krediten aufschlüsselt
- Ein **RAROC-Pricingtool**, das zu einem besseren Risiko-Rendite-Verhältnis und gleichzeitig zu einer optimalen Portfoliostruktur führt
- Ein **Credit Portfolio Cockpit**, über das der Portfoliomanager die Akquisition anhand von Limiten und Risikokennzahlen steuern kann

Alle drei Instrumente setzen voraus, dass das Risikokapital bekannt ist, das ein Portfoliosegment oder eine Transaktion beansprucht.

6.1 Risk-adjusted Performance Measurement (RAPM)

Die meisten Banken verfügen über ein ROE-Ziel (Return on Equity). Die regulatorischen Eigenmittelvorschriften differenzieren jedoch zumindest im Standardansatz von Basel III nach wie vor zu wenig nach dem eingegangenen Risiko und berücksichtigen Korrelationseffekte im Kreditportfolio überhaupt nicht. Wenn aber nicht danach unterschieden wird, mit welchem Risiko eine bestimmte Rendite erwirtschaftet wird, lassen sich die Geschäfte untereinander überhaupt nicht mehr vergleichen. Um die gesetzten ROE-Ziele zu erreichen, besteht in einem solchen Anreizsystem dann die Tendenz, risikoreiche Transaktionen mit hoher, aber im Vergleich zum eingegangenen Risiko ungenügender Rentabilität abzuschliessen.[43]

Immer mehr Banken gehen deshalb zu einer Performancemessung über, die im Allgemeinen mit dem Begriff «Risk-adjusted Performance Measurement» oder RAPM umschrieben wird. Es sind insbesondere zwei Herausforderungen, die zu dieser Entwicklung beitragen[44]:

- die Forderung von Aktionären nach einer verbesserten Performance des eingesetzten Kapitals, insbesondere die Maximierung des Shareholder Value
- die Notwendigkeit, die Leistung verschiedener Geschäftseinheiten einer Bank mit einem vergleichbaren Massstab zu beurteilen, insbesondere wenn Eigenkapital teuer und knapp ist

---

[42] Für eine umfassende Darstellung siehe *Westerfeld, Simone:* Kreditportfoliomanagement im Wandel, Bern 2004.

[43] Für eine vertiefte Behandlung des RAPM siehe *Arnold, Roger / Meier, Christian:* Messung der Performance im Kreditgeschäft, in: Der Schweizer Treuhänder, 1-2/2000, S. 29 – 36.

[44] *Saunders, Anthony:* Credit Risk Measurement, S. 151, 1999.

Risiko und Rendite lassen sich im Sinne der modernen Portfoliotheorie zu einer Rentabilitätskennzahl zusammenführen, wenn in der ROE-Formel Zähler und Nenner risikobereinigt erscheinen. Dies ist auch die Methode, mit der in Credit Analyzer der sogenannte RAROC (Risk-adjusted Return on Capital) einer Kredittransaktion ausgewiesen wird.[45]

$$RAROC = \frac{Erlöse - Finanzierungskosten - Betriebskosten - EL}{Risk\ Capital} \qquad \textbf{(6.1)}$$

Im Zähler von Gleichung (6.1) erscheint der risikobereinigte Ertrag des Kredits über einen Einjahreshorizont.[46] Als *Erlös* sind neben dem Zins- und Kommissionsertrag auch die auf ein Jahr umgerechneten (annualisierten) sonstigen Erträge wie Bereitstellungskommissionen oder Bearbeitungsgebühren einzusetzen. Davon sind die *Finanzierungskosten* und *Betriebskosten* abzuziehen. Je höher das ökonomisch notwendige Kapital (Risk Capital) ist, mit dem eine Transaktion zu unterlegen ist, desto kleiner wird der Anteil der Fremdfinanzierung. Finanzierungskosten fallen darum nur auf der Differenz (CE - Risk Capital) an, die effektiv fremdfinanziert werden muss. Der mit dem Kredit verbundene *Expected Loss* ist eine normale (Standard-)Kostenkomponente und somit vom Erlös abzuziehen.

Die regulatorischen Eigenmittelvorschriften berücksichtigen die Diversifikationsqualität des Portfolios nach wie vor zu wenig und sind deshalb für die Performance-Messung wenig geeignet. In den Nenner der Gleichung (6.1) fliesst in Credit Analyzer deshalb nicht das regulatorische, sondern das Risikokapital ein. Das Risikokapital basiert auf der Berechnung der inkrementellen oder marginalen Risikobeiträge gemäss Abschnitt 5.4 und 5.5, wobei drei Fälle unterschieden werden:

- Bestehende Kredite an bestehende Kunden
- Neue Kredite an bestehende Kunden
- Neue Kredite an neue Kunden

Tabelle 6.1 zeigt die Berechnung des RAROC für den dritten Fall, und zwar wiederum für das Beispielportfolio mit drei Sektoren. Es wird angenommen, dass ein Antrag für einen neuen Kredit von 10 vorliegt und dem Kunden in allen Fällen ein Zinssatz von 5% offeriert wird. Die Refinanzierungskosten betragen 3.5% und die Betriebskosten sind mit 0.5% budgetiert.

Sektor A ist bekanntlich dasjenige Portfoliosegment mit der besten Diversifikation. Falls der Kunde zu diesem Sektor gehört, muss die Bank deshalb wesentlich weniger zusätzliches Risikokapital bereitstellen, als wenn der Kunde ein Vertreter von Sektor C ist. Entsprechend gestaltet sich die risiko-adjustierte Performance (RAROC) je nach Sektorzugehörigkeit des neuen Kunden ganz unterschiedlich.

---

[45] Als praxisbezogene Einführung in die Thematik siehe *Schröck, Gerhard:* Risiko- und Wertmanagement in Banken - Der Einsatz risikobereinigter Rentabilitätskennzahlen, 1997.

[46] Die Berechnung erfolgt «vor Steuern»; das RAROC-Modell kann jedoch auf «nach Steuern» angepasst werden.

Tab. 6.1 *Performancemessung mit RAROC*

Sektor	Exposure in CHF	PD	LGD	Erlös	Finanzie-rung	Betriebs-kosten	Risk Capital	RAROC
A	10	1.5%	50%	0.5	0.342	0.05	0.208	**15.5%**
B	10	1.5%	50%	0.5	0.342	0.05	0.214	**15.2%**
C	10	1.5%	50%	0.5	0.340	0.25	0.252	**13.4%**

Auch unter Basel III bleibt die Diversifikationsqualität des Portfolios nach Sektoren oder Kreditbeträgen weiterhin unberücksichtigt, so dass für einen neuen Kredit in allen drei Sektoren genau das gleiche Risikokapital (d.h. regulatorische Eigenmittel) bereitzustellen ist. Obwohl ein neuer Kredit je nach Sektorzugehörigkeit unterschiedlich viel zusätzliches Risikokapital bindet, wird ein neuer Kredit in der «klassischen» ROE-Perspektive als gleich rentabel angesehen, weil undifferenziert von der gleichen Eigenmittelunterlegung ausgegangen wird.

Dagegen bezieht der RAROC-Ansatz die unterschiedlichen Risiken einer Transaktion richtigerweise in die Performancemessung ein und macht diese erst vergleichbar. Das bereits bestehende Übergewicht in Sektor C verschärft sich mit einem neuen Kredit zusätzlich und bindet fast 20% mehr Risikokapital als ein weiterer Kredit in Sektor A. Um die gleiche ökonomische Rendite wie beim Kredit in Sektor A zu erreichen und das Klumpenrisiko in Sektor C abzugelten, müsste die Bank somit einen wesentlich höheren Zinssatz verlangen.

6.2 RAROC-Pricingtool

Ist der RAROC bekannt, kann er mit einer von der Bank festgelegten *Hurdle Rate* verglichen werden. Diese legt die erwartete Performance von Kreditgeschäften fest und sollte die Eigenkapitalkosten der Bank bzw. die Opportunitätskosten der Eigentümer widerspiegeln. In diesem Sinne ist die Hurdle Rate als Return on Equity (ROE) zu verstehen, die so hoch sein muss, dass die Eigentümer eine adäquate Rendite auf ihrem investierten Eigenkapital erhalten. Die von den Eigentümern erwartete Rendite kann unter anderem über das *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* bestimmt werden.[47]

Eine Transaktion ist aus ökonomischer Sicht für die Bank dann rentabel, wenn

$$RAROC \geq Hurdle\,Rate \qquad \textbf{(6.2)}$$

ist und die Eigenkapitalgeber für das eingegangene Risiko somit angemessen entschädigt werden. Kredite, welche die Diversifikation verschlechtern, erhöhen das notwendige Risikokapital des Portfolios überproportional und weisen konsequenterweise eine tiefere Rendite aus als andere Geschäfte. Wird das gesetzte Rentabilitätsziel (Hurdle Rate) nicht erreicht, sind vom Kunden ein höherer Zinssatz oder zusätzliche Sicherheiten zu verlangen, oder aber es ist auf das Geschäft zu

[47] Danach entspricht die Hurdle Rate einem risikofreien Zinssatz *i* plus einer Marktrisikoprämie, die mit einem *Beta*-Faktor zu multiplizieren ist, der das systematische Risiko der Bank ausdrückt:

$$Hurdle\ Rate = i + \beta \times (Erwartete\ Rendite_{\ Marktportfolio} - i)$$

verzichten. Der zur Erreichung der Hurdle Rate notwendige Zinssatz wird von Credit Analyzer ausgewiesen.

Der RAROC-Ansatz fördert damit in idealer Weise die Steuerung des Portfolios hin zu einer optimalen Diversifikation. Die Berechnung des RAROC setzt aber in jedem Fall die Modellierung des Risikos auf Portfolioebene voraus. Nur wenn die erwarteten Risikokosten bei der Bonitätsprüfung konzeptionell richtig ermittelt und das Risikokapital eines Kredits bekannt ist, kann entschieden werden, ob dieser aus Portfoliosicht tatsächlich rentabel ist.

Das RAROC-Pricingtool bestimmt aus der Risikoklasse, Verlustquote und Sektorzugehörigkeit des Schuldners den Expected Loss und das Risikokapital einer Transaktion. Das Tool benötigt zur Berechnung von Formel (6.1) zusätzlich die Eingabe von Erlös- und Kostenkomponenten. Die Implementierung eines konsequenten RAROC-Pricing auf Transaktionsstufe setzt deshalb voraus, dass das Managementinformationssystem (MIS) der Bank diese Daten bereitstellen kann.

Der in Credit Analyzer implementierte RAROC-Ansatz steht in Einklang mit einem wertorientierten Bankmanagement.[48] Vor dem Hintergrund des Shareholder-Value-Gedankens stellt sich für immer mehr Banken die Frage, ob sie für ihre Eigentümer aus ökonomischer Sicht einen Mehrwert schaffen. Ein solcher Mehrwert oder Economic Profit[49] wird dann erzielt, wenn der Zähler der RAROC-Formel in (5.1), d.h. der risikoadjustierte Return (*RAR*), grösser ist als die Eigenkapitalkosten (Opportunitätskosten):

$$Economic\ Profit = RAR - Eigenkapitalkosten \qquad \textbf{(6.3)}$$

oder äquivalent

$$Economic\ Profit = (RAROC - Hurdle\,Rate) \times Risk\,Capital \qquad \textbf{(6.4)}$$

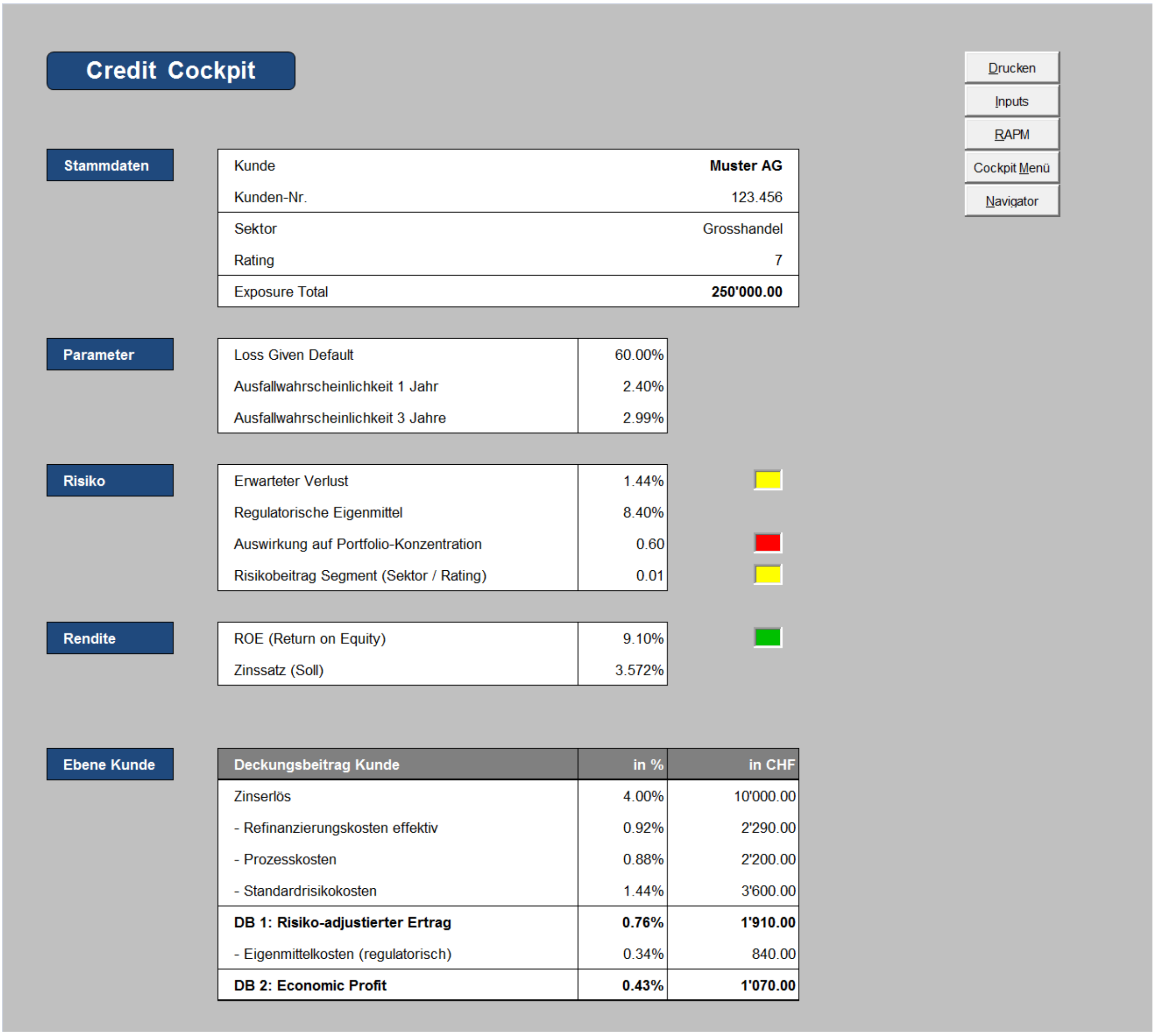
6.3 Credit Portfolio Cockpit

Über das Credit Portfolio Cockpit können Kreditsachbearbeiter und Entscheidungsträger auf die Resultate von Credit Analyzer zugreifen, um so das Risiko und die Rendite bestehender und neuer Transaktionen im Portfoliozusammenhang zu beurteilen. Das Credit Portfolio Cockpit ist eine grafische Benutzerschnittstelle (GUI), die dem Kundenbetreuer zur Laufzeit entscheidungsrelevante Informationen aus Portfoliosicht präsentiert. Das Modul ist unabhängig vom eigentlichen Rechenkern von Credit Analyzer, greift aber auf Vorkalkulationen zurück, die in einer zentralen Datenbank abgelegt sind. Gemäss Abbildung 6.1 liefert das Credit Portfolio Cockpit diverse Risikokennzahlen, so u.a. den RAROC gemäss aktuellen Konditionen sowie den Sollzinssatz der notwendig ist, damit eine Transaktion die von der Bank festgelegte Hurdle Rate (hier 15%) erreicht. Der zentrale Portfoliomanager hat die Möglichkeit, für diese Kennzahlen Benchmarks zu setzen, welche die ausgewiesenen Risiko- und Renditemasse in einem Ampelsystem (grün, gelb, rot) positionieren.

[48] Vgl. dazu ausführlich *Copeland, Tom et al., J.:* Valuation - Measuring and Managing the Value of Companies, 1996. Einen guten Überblick bietet auch *Smithson, Charles W.:* Allocating and optimising capital, in: Risk, June 2001, S. 78ff.

[49] Dieser wird in der Literatur häufig auch als «Economic Value Added» bezeichnet.

Abb. 6.1 *Credit Portfolio Cockpit (Beispiel)*



Credit Cockpit

Drucken
Inputs
RAPM
Cockpit Menü
Navigator

Stammdaten

Kunde	**Muster AG**
Kunden-Nr.	123.456
Sektor	Grosshandel
Rating	7
Exposure Total	**250'000.00**

Parameter

Loss Given Default	60.00%
Ausfallwahrscheinlichkeit 1 Jahr	2.40%
Ausfallwahrscheinlichkeit 3 Jahre	2.99%

Risiko

Erwarteter Verlust	1.44%
Regulatorische Eigenmittel	8.40%
Auswirkung auf Portfolio-Konzentration	0.60
Risikobeitrag Segment (Sektor / Rating)	0.01

Rendite

ROE (Return on Equity)	9.10%
Zinssatz (Soll)	3.572%

Ebene Kunde

Deckungsbeitrag Kunde	in %	in CHF
Zinserlös	4.00%	10'000.00
- Refinanzierungskosten effektiv	0.92%	2'290.00
- Prozesskosten	0.88%	2'200.00
- Standardrisikokosten	1.44%	3'600.00
DB 1: Risiko-adjustierter Ertrag	**0.76%**	**1'910.00**
- Eigenmittelkosten (regulatorisch)	0.34%	840.00
DB 2: Economic Profit	**0.43%**	**1'070.00**

Die Benchmarks sind insbesondere dann wertvoll, wenn sich eine Bank noch im Vorstadium der RAROC-Implementierung befindet, sie aber trotzdem erste Schritte in Richtung eines aktiven Kreditportfoliomanagements unternehmen will. In diesem Zusammenhang sind vor allem die beiden folgenden beiden Kennzahlen erwähnenswert:

- **Auswirkung auf Portfolio-Konzentration:** Sie wird mit Gleichung (5.16) berechnet. *Werte kleiner Null* zeigen an, dass die Transaktion die Risikokonzentration des Portfolios *verkleinert*, *Werte grösser Null*, dass sie die Konzentration erhöht. *Werte nahe Null* bedeuten, dass sich die Portfoliokonzentration nicht signifikant verändert.

- **Risikobeitrag Segment (Sektor / Rating):** Vergleicht das Verhältnis von UL zu Exposure des Segments mit dem demjenigen des ganzen Portfolios:

$$\text{Relativer Risikobeitrag}_{\text{Segment}} = \frac{UL_{Segment} / CE_{Segment}}{UL_{Portfolio} / CE_{Portfolio}} - 1 \qquad \textbf{(6.5)}$$

  Negative Werte bedeuten, dass der prozentuale Risikobeitrag des Segments im Vergleich zum Portfolio *unterdurchschnittlich* ist, *positive Werte*, dass der Risikobeitrag *überdurchschnittlich* ist. Ein *Wert nahe Null* bedeutet, dass das Segment im Verhältnis zum Exposure einen ähnlichen Risikogehalt aufweist wie das Portfolio.

Anhang

Anhang 1: Input-Daten von Credit Analyzer

Credit Analyzer ist eine Client/Server-Applikation, die MS Excel und MS SQL Server voraussetzt. In das Modell müssen portfoliospezifischen Transaktionsdaten und Risikoparameter eingegeben werden, welche die Berechnung der verschiedenen Risikomasse steuern (z.B. Expected und Unexpected Loss, Credit Value at Risk, Risk Contribution).

Transaktionsdaten

Datentyp	Beschreibung
Business Unit	Geschäftseinheit, welche die Kundenverantwortung trägt
Client No.	Kundennummer (CIF)
Transaction No.	Kredit- bzw. Transaktionsnummer
Economic Sector	Um Sektorkorrelationen integrieren zu können, muss jedes Exposure mit einer Branche indexiert werden
Rating	Ratingkategorie, welche die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) des Kunden widerspiegelt
Exposure	Erwartetes Exposure bei Ausfall (CE)
Collateral Category	Index für die erwartete Verlustquote (LGD) einer Transaktion
Σ Exposure^2	Summe der quadrierten Exposure in einem homogenen, diversifizierten Portfoliosegment
No. of Clients	Anzahl Kunden, sofern es sich um ein diversifiziertes Portfoliosegment handelt. Andernfalls gilt No. of Client = 1
Interest Rate	Aktueller Soll-Zinssatz einer Transaktion in %
Financing Costs	Refinanzierungssatz einer Transaktion in %
Production Costs	Standard-Betriebskosten einer Transaktion in %

Falls zur Erhöhung der Rechengeschwindigkeit ein nach Rating, Sektor und Deckungskategorie **homogenes, diversifiziertes Portfoliosegment** erfasst wird, benötigt Credit Analyzer die Anzahl Schuldner dieses Segments.[50] Zusätzlich ist auch die Summer der quadrierten Exposures *i* in diesem Segment zu erfassen, d.h.

$$\Sigma\, Exposure^2 \text{ in diversifiziertem Portfoliosegment } k = \sum_{i \in k}^{n} CE_i^2$$

Dieser Dateninput ist erforderlich, um das unsystematische Risiko korrekt abzubilden, das sich aus einer ungünstigen Verteilung nach Grössenklassen und der Volatilität des Loss Given Default

[50] Siehe Abschnitt 2.3.1.2 und «Simulationsvariante A2» in Abschnitt 5.2.

ergibt. Falls das Feld bei einem diversifizierten Portfolio leer gelassen wird, geht Credit Analyzer bei der Berechnung des UL von einem durchschnittlichen Exposure aus.

Risikoparameter

Die Risikoparameter sind so festzulegen, dass sie der Ausfallcharakteristik des jeweiligen Kreditportfolios entsprechen. Die Parameter können von der Bank frei gewählt werden und zur Durchführung von *Stress-Tests* verändert werden.

Datentyp	Beschreibung
Rating	Definition der Ratingkategorien, mit denen die Transaktionen indexiert sind
Probability of Default	Ausfallwahrscheinlichkeit pro Ratingkategorie
Collateral Category	Definition der Deckungskategorien, mit denen die Transaktionen indexiert sind
Loss Given Default	Erwartete Verlustquote pro Deckungskategorie
LGD Volatility	Standardabweichung der Verlustquote pro Deckungskategorie. Andernfalls leer lassen oder auf 0 setzen.
LGD Sensitivity	Faktorsensitivität der Verlustquote, falls Ausfallwahrscheinlichkeit und Verlustquote vom gleichen systematischen Risikofaktor abhängen. Andernfalls leer lassen oder auf 0 setzen.
Economic Sector	Definition der (Wirtschafts-)Sektoren, mit denen die Transaktionen indexiert sind
Sector Sensitivity	Sektorgewichte bzw. die Sensitivität, mit der die Firmenwerte der Schuldner auf den sektorspezifischen Risikofaktor reagieren
Sector Correlations	Korrelation zwischen den Sektoren des Portfolios

Anhang 2: Herleitung von Expected Loss und Unexpected Loss[51]

Der Erwartungswert *E(x)* einer stetigen Zufallsvariablen *x* ist gemäss allgemeiner statistischer Methodenlehre definiert als

$$E(x) = \int xf(x)dx \qquad \textbf{(A 2.1)}$$

In gleicher Weise ist die Varianz *V(x)* einer stetigen Zufallsvariablen *x* definiert als

$$V(x) = \int [x - E(x)]^2 f(x)\,dx \qquad \textbf{(A 2.2)}$$

(A 2.2) kann alternativ auch beschrieben werden als

$$V(x) = \int x^2 f(x)dx - E(x)^2$$

oder in der Schreibweise der Erwartungswertverallgemeinerung

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 \qquad \textbf{(A 2.3)}$$

Wir bezeichnen die in Kapitel 2 eingeführte stochastische Variable *PLGD* für die Verlustquote zur Vereinfachung mit *Q* und ihre Dichtefunktion mit *f(Q)*. Aus (A 2.1) und (2.5) folgt, dass

$$E(Q) = \int Qf(Q)dQ = LGD \qquad \textbf{(A 2.4)}$$

$$E(Q^2) = \int Q^2 f(Q)dQ \qquad \textbf{(A 2.5)}$$

Ersetzen wir in (A 2.3) *x* durch *Q* und formen um, ergibt sich

$$E(Q^2) = \sigma^2_{LGD} + LGD^2$$

und (A 2.5) wird zu

$$E(Q^2) = \int Q^2 f(Q)dQ = \sigma^2_{LGD} + LGD^2 \qquad \textbf{(A 2.6)}$$

Definieren wir mit $E(X_H)$ den Erwartungswert des Exposures am Ende des gewählten Zeithorizonts, kann die Varianz UL^2 von X_H gemäss (A 2.3) berechnet werden als

$$UL^2 = E(X_H^2) - [E(X_H)]^2 \qquad \textbf{(A 2.7)}$$

[51] Siehe auch *Ong, Michael K.:* Internal Credit Risk Models, 1999, S. 116 - 118, der den Unexpected Loss für den Fall hergeleitet hat, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit und Verlustquote voneinander unabhängig sind.

Der Unexpected Loss *UL* entspricht dann der Standardabweichung des erwarteten Exposures am Ende des Analysehorizonts. Die beiden Erwartungswerte für X_H und $X_H{}^2$ werden nachfolgend hergeleitet.

PD folgt einem Binomialprozess und es wird vorerst noch angenommen, dass die Faktoren, die *PD* und *Q* (bzw. *PLGD*) bestimmen, voneinander unabhängig sind. Bezüglich der Verteilung von Q ist keine Annahme erforderlich. Bezeichnen wir mit X_0 das Exposure zu Beginn und mit X_1 dasjenige am Ende des Analysehorizonts, folgt für das erwartete Exposure X_H am Ende des Analysehorizonts:

$$[E(X_H)] = (1-PD)X_0 + PD\int f(Q)[X_0 - X_1 Q]dQ \qquad \textbf{(A 2.8)}$$

$$= (1-PD)X_0 + PD[X_0 - X_1 \times LGD]$$

$$= X_0 - PD \times X_1 \times LGD \qquad \textbf{(A 2.9)}$$

Durch Umformung von (A 2.9) erhalten wir

$$X_0 - E(X_H) = PD \times X_1 \times LGD \qquad \textbf{(A 2.10)}$$

Da der Expected Loss *EL* der Differenz zwischen dem Exposure zu Beginn und dem erwarteten Exposure am Ende des Analysehorizonts und X_1 dem Credit Exposure *CE* entspricht, erhalten wir

$$EL = PD \times CE \times LGD \qquad \textbf{(A 2.11)}$$

Dies ist der *Expected Loss*, wie er in Gleichung (3.1) formuliert wurde.

Durch Quadrieren von (A 2.9) erhalten wir

$$E(X_H^2) = (1-PD) \times X_0^2 + PD\int f(Q)[X_0 - X_1 Q]^2 dQ$$

$$= (1-PD) \times X_0^2 + PD\int f(Q)\left[X_0^2 - 2X_0 X_1 Q + X_1^2 Q^2\right] dQ \qquad \textbf{(A 2.12)}$$

Aus (A 2.8) berechnet sich

$$[E(X_H)]^2 = [X_0 - PD \times X_1 \times LGD]^2$$

$$= X_0^2 - 2 \times PD \times X_0 X_1 \times LGD + PD^2 \times X_1^2 \times LGD^2 \qquad \textbf{(A 2.13)}$$

Ersetzen wir in Gleichung (A 2.13) *E(Q)* durch den Ausdruck in (A 2.4) sowie $E(Q^2)$ durch denjenigen in (A 2.5) und lösen das Integral auf, erhalten wir

$$E(X_H^2) = (1-PD) \times X_0^2 + PD \times \left[X_0^2 - 2X_0 X_1 \times LGD + X_1^2\left(\sigma_{LGD}^2 + LGD^2\right)\right]$$

$$= X_0^2 - 2 \times PD \times X_0 X_1 \times LGD + PD \times X_1^2\left(\sigma_{LGD}^2 + LGD^2\right) \qquad \textbf{(A 2.14)}$$

Durch Einsetzen von (A 2.12) und (A 2.14) in (A 2.7) erhält man den *Unexpected Loss* wie folgt:

$$UL^2 = E(X_H^2) - [E(X_H)]^2$$

$$\begin{aligned} &= X_0^2 - 2 \times PD \times X_0 X_1 \times LGD + PD \times X_1^2 (\sigma_{LGD}^2 + LGD^2) \\ &\quad - \left[X_0^2 - 2 \times PD \times X_0 X_1 \times LGD + PD^2 \times X_1^2 \times LGD^2 \right] \end{aligned}$$

$$= X_1^2 \times \left[PD\left(\sigma_{LGD}^2 + LGD^2\right) - PD^2 \times LGD^2 \right]$$

$$= X_1^2 \times \left[LGD^2\left(PD - PD^2\right) + PD \times \sigma_{LGD}^2 \right] \quad \textbf{(A 2.15)}$$

Durch Einsetzen von

$$PD - PD^2 = PD(1 - PD)$$

in (A 2.15) erhalten wir schliesslich die Varianz

$$UL^2 = X_1^2 \times \left(PD(1-PD) \times LGD^2 + PD \times \sigma_{LGD}^2 \right)$$

und da X_1 dem Credit Exposure *(CE)* entspricht, ist die Standardabweichung

$$UL = CE \cdot \sqrt{PD(1-PD) \times LGD^2 + PD \times \sigma_{LGD}^2} \quad \textbf{(A 2.16)}$$

Dies der *Unexpected Loss*, wie er in (4.3) dargestellt wird.

Ist sowohl die Ausfallwahrscheinlichkeit *PD* als auch die Verlustquote *Q* (bzw. *PLGD*) vom gleichen systematischen Risikofaktor abhängig, ist in (A 2.16) die Kovarianz zwischen der stochastischen Ausfallvariablen *D* und der Verlustquote *Q* zu berücksichtigen. Von Gleichung (2.11) ist bekannt, dass bei der Berechnung von *EL* ein Kovarianzterm *COV* zu berücksichtigen ist:

$$EL = CE \cdot \left[LGD \cdot PD + COV(D;Q) \right] \quad \textbf{(A 2.17)}$$

Dividieren wir beide Seiten von (A 2.17) mit *CE* und *PD*, erhalten wir

$$L\tilde{G}D = LGD + \frac{COV(D;Q)}{PD} = LGD_i + \frac{\sigma_{LGD} \cdot \sqrt{r} \cdot b \cdot n(S)}{PD} \quad \textbf{(A 2.18)}$$

Die Variable *r* bezeichnet die Korrelation des Firmenwerts mit dem sektorspezifischen Risikofaktor, *b* die Sensitivität der Verlustquote bzgl. dem systematischen Risiko, *n()* ist die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung und *S* der Schwellenwert gemäss Gleichung (2.2), der den Ausfall eines Schuldners auslöst.

Lösen wir (A 2.18) nach *LGD* auf und setzen den erhaltenen Ausdruck in (A 2.17) ein, vereinfacht sich die Berechnung des Expected Loss zu

$$EL = CE \cdot L\widetilde{G}D \cdot PD \tag{A 2.18}$$

Ersetzen wir in Gleichung (A 2.16) *LGD* durch den Ausdruck in (A 2.18), erhalten wir den Unexpected Loss, der auch eine allfällige Korrelation zwischen der Ausfallvariablen und der Verlustquote berücksichtigt.

$$UL = CE \cdot \sqrt{PD(1-PD) \times L\widetilde{G}D^2 + PD \times \sigma_{LGD}^2} \tag{A 2.19}$$

Anhang 3: Berechnung der Ausfallkorrelationen

Die gemeinsame Verteilung der normalverteilten Firmenwerte von zwei Schuldnern *i* und *j* folgt einer bivariaten Normalverteilung mit Dichtefunktion

$$f(x,y,r) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-r^2} \times 2\pi} \times$$

$$exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2r\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)\times\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)+\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\} \qquad \textbf{(A 3.1)}$$

wobei *x* und *y* die Firmenwerte zweier Schuldner und *r* deren Asset Correlation ist.

Die *gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit JPD* der zwei Schuldner ist dann durch die Integration der Dichtefunktion bestimmt. Das Integral ist bezüglich einer Skalentransformation unveränderlich, so dass die Integration vereinfacht bezüglich einer standardisierten, bivariaten Normalverteilung mit den Mittelwerten μ_x bzw. μ_y = 0 und Standardabweichungen σ_x bzw. σ_y = 1 vorgenommen werden kann.

$$JPD(PD_i, PD_j, r_{ij}) = P(x < S_i, y < S_j) = \int_{-\infty}^{S_i} \int_{-\infty}^{S_j} f(x,y,r_{ij})\,dx\,dy \qquad \textbf{(A 3.2)}$$

mit $S = N^{-1}(PD)$

wobei $N^{-1}()$ die Funktion einer kumulativen Standardnormalverteilung ist und *S* den Default-Schwellenwert (Default Point) angibt, unter den eine standardnormalverteilte Zufallsvariable (d.h. der Firmenwert) mit der Wahrscheinlichkeit *PD* fällt.

Die Kovarianz von (PD_i, PD_j) lässt sich unter Verwendung der in (A 3.2) eingeführten Schreibweise wie folgt angeben:

$$COV(PD_i, PD_j) = JPD - PD_i \cdot PD_j \qquad \textbf{(A 3.3)}$$

Sofern Unabhängigkeit vorliegt, gilt

$$JPD = PD_i \cdot PD_j$$

und die Kovarianz wird Null. Die Standardisierung der Kovarianz mit den Standardabweichungen der binomialverteilten *PD*-Werte ergibt die in (4.16) gezeigt Ausfallkorrelation:

$$\rho_{ij}^{Default} = \frac{JDP(PD_i, PD_j, r_{ij}) - PD_i \times PD_j}{\sqrt{PD_i(1-PD_i)} \times \sqrt{PD_j(1-PD_j)}} \qquad \textbf{(A 3.4)}$$

Anhang 4: Herleitung von Ausfallkorrelationen aus der Ausfallvolatilität

Die erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) in einem homogenen Portfoliosegment mit *n* Schuldnern ist

$$PD = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} D_i \quad \textbf{(A 4.1)}$$

wobei D_i eine Binomialvariable ist, die den Wert 1 annimmt, wenn die Gegenpartei *i* ausfällt, und 0, wenn diese nicht ausfällt.

Die Standardabweichung einer Variablen, die in einem solchen Binomialprozess folgt, berechnet sich dann mit der Formel

$$\sigma(D_i) = \sqrt{PD(1 - PD} \quad \textbf{(A 4.2)}$$

Wenn wir mit n_D die Anzahl Ausfälle innerhalb des Segments bezeichnen, dann gilt:

$$n_D = \sum_{i}^{n} D_i$$

Die Varianz von n_D ist dann wie folgt definiert[52]:

$$VAR(n_D) = \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} \sigma(D_i) \cdot \sigma(D_j) \cdot \rho_{ij}^{Default} \quad \textbf{(A 4.3)}$$

Da *i* und *j* die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit und damit dieselbe Standardabweichung aufweisen, erhalten wir

$$VAR(n_D) = \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} \sigma(D_i)^2 \cdot \rho_{ij}^{Default} \quad \textbf{(A 4.4)}$$

Nach Einsetzen von (A 4.2) in (A 4.4) ergibt sich

$$= \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} PD(1 - PD) \cdot \rho_{ij}^{Default}$$

$$= PD(1 - PD)\left[n + \sum_{i}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} \cdot \rho_{ij}^{Default} \right] \quad \textbf{(A 4.5)}$$

[52] Vgl. zum Folgenden *Gupton, Greg et al.:* CreditMetrics - Technical Document, 1997, *Koyluoglu, Ugur / Hickman, Andrew:* Reconcilable Differences, in: Risk, October 1998, S. 56 - 61, und *Gordy, Michael:* A Comparative Anatomy of Credit Risk Models, Working Paper, Board of Governors of the Federal Reserve System, December 1998.

Da eine Varianz-/Kovarianzmatrix (n^2 - n) Korrelationsterme umfasst, berechnet sich die *durchschnittliche* Ausfallkorrelation mit

$$\bar{\rho}_{Default} = \left[\sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} \rho_{ij}^{Default} \right] \Big/ (n^2 - n) \qquad \textbf{(A 4.6)}$$

Setzen wir diesen Ausdruck in (A 4.5) ein und formen um, erhalten wir

$$VAR(D) = PD(1 - PD) \cdot \left[n + (n^2 - n) \cdot \bar{\rho}_{Default} \right] \qquad \textbf{(A 4.7)}$$

Die Varianz (n_D/n) kann aufgrund historischer Zeitreihen geschätzt werden, so dass

$$\sigma_{PD}^2 = VAR\left(\frac{n_D}{n}\right) = \frac{VAR(n_D)}{n^2}$$

$$= PD(1 - PD) \frac{1 + (n-1) \cdot \bar{\rho}_{Default}}{n} \qquad \textbf{(A 4.8)}$$

und nach Umformungen

$$\bar{\rho}_{Default} = \frac{n\left(\frac{\sigma_{PD}^2}{PD(1-PD)}\right) - 1}{n - 1} \qquad \textbf{(A 4.9)}$$

Für „sehr grosse“ n erhalten wir dann die in (4.17) gezeigte Formel

$$\bar{\rho}_{Default} \cong \frac{\sigma_{PD}^2}{PD \cdot (1 - PD)} \qquad \textbf{(A 4.10)}$$

die eine Approximation der durchschnittlichen Ausfallkorrelation darstellt.

Anhang 5: Ableitung des inkrementellen Risikobeitrags

Die Risk Contribution ist mathematisch definiert als

$$RC_i = UL_i \frac{\partial UL_P}{\partial UL_i} \tag{A 5.1}$$

Das bestehende Portfolio P weist gemäss (4.13) einen unerwarteten Verlust von

$$UL_P = \sqrt{\sum_i \sum_j UL_{i_{syst}} \cdot UL_{j_{syst}} \cdot \rho_{ij} + \sum_{k=1}^{n} UL^2_{k_{unsyst}}} \tag{A 5.2}$$

auf, wobei ρ_{ij} die Sektorkorrelation zwischen den beiden Segmenten i und j ist und n die Anzahl Transaktionen des ganzen Portfolios bezeichnet. Gleichung (A 5.2) lässt sich umformen zu

$$\begin{aligned} UL_P^2 &= \sum_i UL_{i_{syst}} UL_{i_{syst}} \rho_{ii} + \sum_i \sum_{j \neq i} UL_{i_{syst}} UL_{j_{syst}} \rho_{ij} + \sum_{k=1}^{n} UL^2_{k_{unsyst}} \\ &= \sum_i UL_{i_{syst}} \left(UL_{i_{syst}} \rho_{ii} + \sum_{j \neq i} UL_{j_{syst}} \rho_{ij} \right) + \sum_{k=1}^{n} UL^2_{k_{unsyst}} \end{aligned} \tag{A 5.3}$$

Unter Berücksichtigung von $\rho_{ii} = 1$ erhalten wir

$$UL_P = \frac{\sum_i UL_{i_{syst}} \left(UL_{i_{syst}} + \sum_{j \neq i} UL_{j_{syst}} \rho_{ij} \right) + \sum_{k=1}^{n} UL^2_{k_{unsyst}}}{UL_P} \tag{A 5.4}$$

Definieren wir in Gleichung (A 5.4) den Term

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{\left(UL_{i_{syst}} + \sum_{j \neq i} UL_{j_{syst}} \rho_{ij} \right)}{UL_P} \\ &= \frac{\left(\sum_j UL_{j_{syst}} \rho_{ij} \right)}{UL_P} \end{aligned} \tag{A 5.5}$$

als den Diversifikationsfaktor, vereinfacht sich (A 5.4) zu

$$UL_P = \sum_i UL_{i_{syst}} D_i + \frac{\sum_k UL^2_{k_{unsyst}}}{UL_P} \tag{A 5.6}$$

Somit gilt für die Risk Contribution RC_i eines Portfoliosegments i

$$RC_i = UL_{i_{syst}} D_i + \frac{\sum_{k \in i} UL^2_{k_{unsyst}}}{UL_P} \quad \textbf{(A 5.7)}$$

$$= \frac{UL_{i_{syst}} \sum_j UL_{j_{syst}} \rho_{ij}}{UL_P} + \frac{\sum_{k \in i} UL^2_{k_{unsyst}}}{UL_P} \quad \textbf{(A 5.8)}$$

Dies ist die in (5.11) gezeigte Formel für die Risk Contribution.

Anhang 6: Ableitung des marginalen Risikobeitrags

Der marginale Unexpected Loss eines neuen Exposures *m* im Verhältnis zum bestehenden Portfolio ist

$$UL_{m_{marginal}} = UL_m \frac{\partial UL_{P_{neu}}}{\partial UL_m} \tag{A 6.1}$$

wobei UL_m der mit (4.3) berechnete Unexpected Loss ist. Das bestehende Portfolio *P* weist gemäss (3.15) einen unerwarteten Verlust von

$$UL_{P_{alt}} = \sqrt{\sum_i \sum_j UL_{i_{syst}} \cdot UL_{j_{syst}} \cdot \rho_{ij} + \sum_{k=1}^{n} UL^2_{k_{unsyst}}} \tag{A 6.2}$$

auf, wobei ρ_{ij} die Sektorkorrelation zwischen den Portfoliosegmenten *i* und *j* ist. Wird diesem Portfolio eine neue Transaktion *m* hinzugefügt, die mit der Branche λ indexiert ist, erhalten wir den unerwarteten Verlust des neuen Portfolios mit

$$\begin{aligned} UL^2_{P_{neu}} &= \sum_i \sum_j UL_{i_{syst}} UL_{j_{syst}} \rho_{ij} + \sum_k UL^2_{k_{unsyst}} \\ &\quad + \left(UL^2_{m_{syst}} + \sum_{i \neq m} UL_{i_{syst}} UL_{m_{syst}} \rho_{i\lambda} + \sum_{j \neq m} UL_{j_{syst}} UL_{m_{syst}} \rho_{j\lambda} \right) + UL^2_{m_{unsyst}} \\ &= UL^2_{P_{alt}} + UL^2_{m_{syst}} + 2UL_{m_{syst}} \sum_{i \neq m} UL_{i_{syst}} \rho_{i\lambda} + UL^2_{m_{unsyst}} \end{aligned} \tag{A 6.3}$$

Gleichung (A 6.3) verdeutlicht, dass der Unexpected Loss des neuen Portfolios um so grösser wird, je höher UL_m und die Korrelation der Branche λ mit den anderen Sektoren ist.

Unter der Annahme, dass der Capital Multiplier *CM* konstant bleibt, berechnet sich das marginale Risikokapital MRC_m *des* Exposures *m* im Verhältnis zum bestehenden Portfolio dann mit

$$\begin{aligned} MRC_m &= \left(UL_{P_{neu}} - UL_{P_{alt}} \right) \cdot CM \\ &= \left(\sqrt{UL^2_{P_{alt}} + UL^2_{m_{syst}} + 2UL_{m_{syst}} \sum_{i \neq m} UL_{i_{syst}} \rho_{i\lambda} + UL^2_{m_{unsyst}}} - UL_{P_{alt}} \right) \cdot CM \end{aligned} \tag{A 6.4}$$

Anhang 7: Granularitätsadjustierung

Die folgenden Ausführungen basieren auf einer Studie von M. Gordy[53], der die mathematischen Grundlagen des IRB-Ansatzes von Basel II erarbeitet hat. In der Folge hat T. Wilde dessen Überlegungen zur Granularität weiter differenziert.

Aus Gleichung (5.4) ergibt sich die Granularitätsadjustierung für die Approximation mit dem systematischen Risikoprozess nach einer einfachen Umformung mit

$$GA = CreditVaR_{P_{syst}} \times \left(\left(\frac{UL_P^2}{UL_{P_{syst}}^2} \right)^{1/2} - 1 \right) \tag{A 7.1}$$

Die Granularitätskorrektur wird bei dieser Approximation intuitiv nachvollziehbar aus einer Skalierung des systematischen Credit VaR mit den Standardabweichungen bestimmt.[54]

Wesentlich komplexer stellt sich die Granularitätsadjustierung mit einer Approximation 1. Ordnung bezüglich der unsystematischen Varianz dar. Nachfolgend fassen wir lediglich das Resultat der Arbeit von T. Wilde zusammen, der die Granularitätskorrektur in konzeptioneller Übereinstimmung mit dem gemäss Gleichung (5.6) berechneten systematischen Verlust herleitet:[55]

$$GA = \left(\sum_{i=1}^{n} CE_i \right) \times \frac{\beta}{n} \tag{A 7.2}$$

wobei n die Anzahl Schuldner ist und die übliche Notation der Ausfallkorrelation $\rho_{Default}$ hier zur Vereinfachung mit δ bezeichnet wird.

$$\beta = -\frac{\left(LGD^2 + \sigma_{LGD}^2\right)}{2 \cdot LGD} \cdot \left(1 - N\left(\frac{N^{-1}(PD) + \delta^{1/2} X}{(1-\delta)^{1/2}} \right) \cdot \frac{X \cdot (1-2\delta) - \delta^{1/2} N^{-1}(PD)}{\delta^{1/2}(1-\delta)^{1/2} n \cdot \left(\left(N^{-1}(PD) + \delta^{1/2} \cdot X\right) / (1-\delta)^{1/2}\right)} \right) \tag{A 7.3}$$

Der gesamte Credit Value at Risk ergibt sich dann, indem zum systematischen Credit VaR die Granularitätsadjustierung addiert wird:

$$CreditVaR_P = CreditVaR_{P_{systematic}} + GA \tag{A 7.4}$$

wobei die Granularitätsadjustierung GA entweder mit Gleichung (A 7.1) oder (A 7.2) berechnet wird.

---

[53] *Gordy, Michael:* A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules, October 2002.

[54] *Wilde, Tom:* IRB approach explained, in Risk, May 2001, S. 87 - 90.

[55] *Wilde, Tom:* Probing granularity, in: Risk, August 2001, S. 103 - 106.

Literaturverzeichnis

Altman, Edward / Brady, Brooks / Resti, Andrea / Sironi, Andrea: The Link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications, Working Paper, March 2003.

Altman, Edward: Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice: An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence, November 2006.

Araten, Michael / Jacobs, Michael / Varshney, Peeyush: Measuring LGD on Commercial Loans: An 18-Year Internal Study, The RMA Journal, May 2004.

Aravanitis, Angelo / Gregory, Jon: A Credit Risk Toolbox, in: Risk, December 1998, S. 50 - 55.

Arnold, Roger / Meier, Christian: Messung der Performance im Kreditgeschäft, in: Der Schweizer Treuhänder, 1-2/2000, S. 29 – 36. URL: http://www.rcg.ch/resources/Rarorac1.pdf (30.09.2016)

Asarnow, Elliot / Edwards, David: Measuring Loss on Defaulted Bank Loans. A 24-Year-Study, in: Journal of Commercial Lending, 77, 1995.

Bams, Dennis / Pisa, Magdalena / Wolff, Christian: Modeling default correlation in a US retail loan portfolio, Working Paper, May 15, 2013.

Basel Committee on Banking Supervision: Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications, April 1999.

Basel Committee on Banking Supervision: Internationale Konvergenz der Eigenkapitalmessung und der Eigenkapitalanforderungen, Juni 2004.

Basel Committee on Banking Supervision: An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions, October 2004.

Basel Committee on Banking Supervision: Background note on LGD quantification, December 2004.

Basel Committee on Banking Supervision: Guidance on Paragraph 468 of the Framework Document, July 2005.

Basel Committee on Banking Supervision: Studies on credit risk concentration, Working Paper No. 15, November 2006.

Basel Committee on Banking Supervision: Basel III: Ein globaler Regulierungsrahmen für widerstandsfähigere Banken und Bankensysteme, Dezember 2010 (rev. Juni 2011).

Bluhm, Christian / Overbeck, Ludger / Wagner, Christoph: An Introduction to Credit Risk Modeling, London 2003.

Bürgisser, Peter / Kurth, Alexandre / Wagner, Armin / Wolf, Michael: Integrating Correlations, in: Risk, July 1999, S. 57 - 60.

Chernih, Andrew, Henrard, Luc, Vanduffel, Steven: Reconciling Credit Correlations, May 11, 2010. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=950483 (30.09.2016)

Copeland, Tom / Koller, Tim / Murrin, Jack: Valuation - Measuring and Managing the Value of Companies, New York 1996.

Credit Suisse Financial Products: Credit Risk+, 1997.

Dermine, Jean / Neto de Carvalho, Cristina: Bank Loan Losses-Given-Default, March 2005.

Egloff, Daniel / Leippold, Markus / Vanini, Paolo: A Simple Model of Credit Contagion, Working Paper, March 4, 2006. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=483982 (30.09.2016)

Elton, Edwin / Gruber, Martin: Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 5. Auflage, New York 1995.

Financial Services Authority (FSA): Wholesale LGD models, January 2007.

Finger, Christopher: Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions, in: CreditMetrics Monitor, April 1999.

Finger, Christopher: The One-Factor CreditMetrics Model in The New Basel Capital Accord, in: RiskMetrics Journal, Spring 2001, S. 9 - 18.

Folpmers, Marco: The Impact of PD-LGD Correlation on Expected Loss and Economic Capital, in: Risk Professional, February 2012, S. 19 - 25.

Frye, Jon: Collateral damage, in: Risk, April 2000, S. 91 94.

Frye, Jon: Depressing recoveries, in: Risk, November 2000, S. 108 - 111.

Frye, Jon / Jacobs, Michael Jr.: Credit Loss and Systematic LGD, submitted to the Journal of Credit Risk, October 6, 2011.

Giese, Guido: The impact of PD/LGD correlations on credit risk capital, in: Risk, April 2005, S. 79 - 84

Gordy, Michael: A Comparative Anatomy of Credit Risk Models, Working Paper, Board of Governors of the Federal Reserve System, December 1998.

Gordy, Michael: A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules, Federal Reserve System, October 2002.

Grunert, Jens / Weber, Martin: Recovery Rates of Bank Loans: Empirical Evidence for Germany, March 2005.

Gupton, Greg / Finger, Christopher / Bhatia, Mickey: CreditMetrics - Technical Document, New York 1997.

Han, Chulwoo: Comparative Analysis of Credit Risk Models for Loan Portfolios, April 21, 2014. URL: http://ssrn.com/abstract=2427503 (30.09.2016)

Haupt, Gerhard / Henkel, Jan: Kreditrisiko-Berechnungen für das Retail-Portfolio einer Automobilbank, in: BIT Banking and Information Technology, Universität Regensburg, März 2001, S. 66 - 73.

Hillebrand, Martin: Modelling and estimating dependent loss given default, in: Risk, September 2006, S. 120 - 125.

Jokivuolle, Esa / Peura, Samu: A Model for Estimating Recovery Rates and Collateral Haircuts for Bank Loans, Bank of Finland – Discussion Papers, 14.3.2000

Koyluoglu, Ugur / Hickman, Andrew: Reconcilable Differences, in: Risk, October 1998, S. 56 - 61.

Koyluoglu, Ugur / Bangia, Anil / Garside, Thomas: Devil in the parameters, in: Risk (Credit Risk Special Report), March 2000, S. 26 - 30.

Koyluoglu, Ugur / Stoker, Jim: Honour your contribution, in: Risk, April 2002, S. 90 - 94.

Li, Steve / Tunay, Soner: The Impact of Systematic LGD on Economic Capital, in: Risk Professional, April 2012, S. 23 - 29.

Löffler, Gunter / Posch, Peter N.: Credit risk modeling using Excel and VBA, London 2007

Maclachlan, Iain: Choosing the Discount Factor for Estimating Economic LGD, Working Paper, May 2004.

Meier, Christian: Die Risikotreiber in einem Kreditportfolio, in: Der Schweizer Treuhänder, 4/2004. URL: http://www.rcg.ch/resources/Risikotreiber1.pdf (30.09.2016)

Merton, Robert C.: On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, Journal of Finance, Nr. 29/1974, S. 449 - 70.

Ong, Michael K.: Internal Credit Risk Models, London 1999.

Pykhtin, Michael / Dev, Ashish: Analytical approach to credit risk modelling, in: Risk, March 2002.

Saunders, Anthony: Credit Risk Measurement, New York 1999.

Schönbucher, Philipp: Factor Models for Portfolio Credit Risk, December 2000, Working Paper, Department of Statistics, Bonn University.

Schröck, Gerhard: Risiko- und Wertmanagement in Banken - Der Einsatz risikobereinigter Rentabilitätskennzahlen, Wiesbaden 1997.

Schuermann, Til: What Do We Know About Loss-Given-Default?, Working Paper, Federal Reserve Bank of New York, February 2004.

Smithson, Charles W.: Allocating and optimising capital, in Risk: June 2001, S. 78 - 80.

Standard & Poor's: Annual 2005 Global Corporate Default Study And Rating Transitions, January 2006.

Standard & Poor's: 2010 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions, March 30, 2011.

Vasicek, Oldrich: Loan portfolio value, in: Risk, December 2002, S. 160ff.

Westerfeld, Simone: Kreditportfoliomanagement im Wandel, Bern 2004.

Wilde, Tom: IRB approach explained, in: Risk, May 2001, S. 87 - 90.

Wilde, Tom: Probing granularity, in: Risk, August 2001, S. 103 - 106, corrected version.

Zhou, Chunsheng: Default Correlation - An Analytical Result, Working Paper, Federal Reserve Board, Washington, May 1, 1997. URL: https://www.federalreserve.gov/pubs/feds/1997/199727/199727pap.pdf (30.09.2016)